COLLECTION MYRIADE

maths

CYCLE 4

5e

Sous la direction de

Marc Boullis

Marc Boullis
Maxime Cambon
Yannick Danard
Virginie Gallien
Élodie Herrmann
Isabelle Meyer
Yvan Monka
Stéphane Percot

Bordas

sommaire

Direction éditoriale : Julien Barret
Édition : Béatrice Jovial-Vernet et Nicole Rêve
Couverture : Jean-François Saada et Pierre Taillemite
Fabrication : Jean-Philippe Dore
Réalisation et schémas : Soft Office

Livret Algorithmique et programmation

I. Le programme

Algorithmique et programmation

Au cycle 4, les élèves s'initient à la programmation, en développant dans une démarche de projet quelques programmes simples, sans viser une connaissance experte et exhaustive d'un langage ou d'un logiciel particulier. En créant un programme, ils développent des méthodes de programmation, revisitent les notions de variables et de fonctions sous une forme différente, et s'entraînent au raisonnement.

Attendu de fin de cycle

- Écrire, mettre au point et exécuter un programme simple.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
■ Décomposer un problème en sous-problèmes afin de structurer un programme ; reconnaître des schémas. ■ Écrire, mettre au point (tester, corriger) et exécuter un programme en réponse à un problème donné. ■ Écrire un programme dans lequel des actions sont déclenchées par des événements extérieurs. ■ Programmer des scripts se déroulant en parallèle. – Notions d'algorithme et de programme. – Notion de variable informatique. – Déclenchement d'une action par un évènement, séquences d'instructions, boucles, instructions conditionnelles.	■ Jeux dans un labyrinthe, jeu de Pong, bataille navale, jeu de nim, tic tac toe. ■ Réalisation de figure à l'aide d'un logiciel de programmation pour consolider les notions de longueur et d'angle. ■ Initiation au chiffrement (Morse, chiffre de César, code ASCII…). ■ Construction de tables de conjugaison, de pluriels, jeu du cadavre exquis… ■ Calculs simples de calendrier. ■ Calculs de répertoire (recherche, recherche inversée...). ■ Calculs de fréquences d'apparition de chaque lettre dans un texte pour distinguer sa langue d'origine : français, anglais, italien, etc.

II. Contexte du livret

L'année 2016-2017 sera une année de transition avec un grand nombre d'élèves novices en algorithmique. Cela évoluera au fil des années : les élèves auront abordé dans le thème *Espace et géométrie* du cycle 3 la programmation de déplacements ainsi que celle de constructions géométriques. Ils vont poursuivre en 5e dans le thème *Algorithme et programmation*, développant ainsi les compétences qui décrivent l'activité mathématique : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer et communiquer.

Les activités proposées ici permettront une approche aussi bien adaptée au débutant qu'à celui ayant déjà quelques notions de programmation.

Le livret est découpé en deux grandes parties. Dans une première partie, les concepts forts (instructions, boucles, variables, instructions conditionnelles, etc.) de l'algorithmique sont étudiés soit en mode *débranché*, soit en mode *branché* au travers de petits exercices simples.

En mode *débranché*, les élèves peuvent travailler chez eux ou en classe sur leur cahier, tandis qu'en mode *branché* ils utiliseront le logiciel Scratch pour réaliser les exercices proposés.

Dans la seconde partie du livret sont proposés des projets qui invitent les élèves à synthétiser les notions abordées et qui pourront servir de supports à des traces écrites basées sur des usages en situation. Les projets sont découpés en plusieurs étapes, permettant ainsi à chacun d'atteindre des objectifs intermédiaires dans sa réalisation. Les projets ne sont pas pour autant fermés et des invitations à améliorer le résultat obtenu sont présentes afin de stimuler l'imagination et la réflexion des élèves, mais également de permettre au professeur de gérer l'hétérogénéité de la classe.

III. Ressources disponibles sur le site compagnon

L'usage du logiciel Scratch au collège a été préconisé par l'Éducation Nationale pour diverses raisons, en particulier sa facilité d'appropriation, la puissance de programmation qu'il contient et sa gratuité.

On peut l'utiliser en ligne (https://scratch.mit.edu/) ou en le téléchargeant (https://scratch.mit.edu/scratch2download/).

Tous les fichiers Scratch liés au livret sont disponibles gratuitement sur le site www.bordas-myriade.fr.

Séquence 1	■ Exercice 4 : 2 programmes Scratch ■ Exercice 5 : 2 programmes Scratch
Séquence 2	■ Exercice 7 : programme Scratch ■ Exercice 8 : 2 programmes Scratch ■ Exercice 9 : programme Scratch
Séquence 3	■ Exercice 11 : programme Scratch ■ Exercice 13 : 3 programmes Scratch ■ Exercice 14 : 3 programmes Scratch ■ Exercice 15 : programme Scratch ■ Exercice 16 : programme Scratch
Séquence 4	■ Exercice 19 : 3 programmes Scratch ■ Exercice 20 : programme Scratch ■ Exercice 21 : 2 programmes Scratch
Projets	■ Projet 1 : 6 programmes Scratch ■ Projet 2 : 6 programmes Scratch ■ Projet 3 : 6 programmes Scratch ■ Projet 4 : 6 programmes Scratch ■ Projet 5 : programme Scratch

IV. Corrections et intentions pédagogiques

Séquence 1 – Instructions et algorithme

Le but de cette séquence est de faire prendre conscience que l'on peut, en ordonnant une suite d'instructions, schématiser une action ou faire exécuter à un programme ou un robot une suite d'actions précises.

1 À la cantine Niveau 1

Diverses situations du quotidien amènent à refaire les mêmes actions. Dans l'industrie, cela a permis la mécanisation de tâches répétitives par la programmation de robots spécialisés.

Voici une proposition d'algorithme de passage, l'ordre des actions peut bien sûr varier selon les cantines.

Passer la carte de la cantine

Prendre un plateau

Choisir une entrée

Choisir un laitage

Choisir un fruit

Choisir un plat principal

Prendre du pain

2 Julie la skateuse Niveau 2

Cet exercice de repérage offre une entrée possible : monter, descendre, à droite, à gauche. Une évolution viendra avec le positionnement par rapport au mouvement que l'on aura dans la construction de figures géométriques.

1. ▶ ▼ ▼ ▶ ▶ ▲

2. ▶ ▶ ▼ ▶ ▶ ▲ ▲ ▲ ◀ ◀

3. ▶ ▲ ▲ ▶ ▶ ▼ ▼ ▶ ▼ ▼ ◀ ◀ ◀ ◀

3 Le chemin du collège Niveau 3

Diverses situations de la vie quotidienne peuvent être décrites à l'aide du langage algorithmique ce qui facilite la compréhension des concepts associés.

Éteindre le réveil

Se lever

Prendre le petit déjeuner

Se laver

S'habiller

Aller au collège

4 Construire des rectangles Niveau 1

On repense ici les figures géométriques en imaginant que l'on se déplace sur les côtés. Pour certains déplacements, il peut être utile pour des élèves de se déplacer réellement sur une figure tracée au sol.

Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.

1.

```
quand [drapeau] pressé
effacer tout
stylo en position d'écriture
avancer de (100)
tourner ↻ de (90) degrés
avancer de (80)
tourner ↻ de (90) degrés
avancer de (100)
tourner ↻ de (90) degrés
avancer de (80)
tourner ↻ de (90) degrés
relever le stylo
```

2. Insérer cet élément en début de programme :

```
dire [Je vais tracer un rectangle de 100 sur 80] pendant (2) secondes
```

3. Utiliser ***montrer*** en début de programme et ***cacher*** en fin de programme.

```
montrer    cacher
```

4. On peut utiliser l'un de ces éléments en choisissant les valeurs souhaitées.

```
choisir la couleur [ ] pour le stylo    mettre la couleur du stylo à (0)
ajouter (10) à couleur du stylo
```

5 Les signes opératoires Niveau 2

Ces programmes offrent un travail simple utilisant des angles.
Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.

1. Il existe plusieurs façons de programmer, en voici une :

```
quand [drapeau] pressé
effacer tout
choisir la taille (5) pour le stylo
stylo en position d'écriture
aller à x: (0) y: (0)
s'orienter à (90▾)
avancer de (100)
aller à x: (0) y: (0)
s'orienter à (-90▾)
avancer de (100)
aller à x: (0) y: (0)
s'orienter à (0▾)
avancer de (100)
aller à x: (0) y: (0)
s'orienter à (180▾)
avancer de (100)
relever le stylo
```

2.

```
quand [drapeau] pressé
effacer tout
choisir la taille (5) pour le stylo
stylo en position d'écriture
aller à x: (0) y: (0)
s'orienter à (45▾)
avancer de (100)
aller à x: (0) y: (0)
s'orienter à (-45▾)
avancer de (100)
aller à x: (0) y: (0)
s'orienter à (135▾)
avancer de (100)
aller à x: (0) y: (0)
s'orienter à (-135▾)
avancer de (100)
relever le stylo
```

3. On peut, pour changer la couleur d'un élément, insérer l'instruction suivante avant de le tracer et choisir la couleur en cliquant sur cette couleur :

```
choisir la couleur [ ] pour le stylo
```

Séquence 2 – Utiliser des variables

La notion de variable en algorithmique et en programmation est proche mais aussi différente de la notion de variable en mathématiques. Il faut donc la faire découvrir aux élèves et montrer comment elle est utilisée pour stocker des informations.

6 Le jeu des pièces d'or Niveau 1

Ce jeu permet de découvrir la notion de variable : elle fonctionne comme une mémoire ne pouvant contenir qu'une seule information (alphabétique, numérique ou alphanumérique).

1. Il y a une variable pour le nombre de tours et une variable par joueur. Par exemple, s'il y a trois joueurs, on aura quatre variables au total.

2.  : Ton nombre de pièces augmente de 10.

7 On compte Niveau 1

Le compteur reviendra à plusieurs reprises : c'est un élément que l'on retrouvera très régulièrement dans différents programmes car il permet de réfléchir à l'initialisation.
Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.

1. et **2.**

```
quand ⚑ pressé
ajouter à compteur ▾ 1
dire regroupe Le compteur est arrivé à compteur
```

Remarque : on peut remplacer `ajouter à compteur ▾ 1` par `mettre compteur ▾ à compteur + 1`.
Un bloc de remise à zéro est ici pratique :

```
quand espace ▾ est pressé
mettre compteur ▾ à 0
dire Le compteur est remis à zéro.
```

8 Le périmètre d'un rectangle Niveau 2

La notion de variable est très délicate et diffère dans les usages en mathématiques et en algorithmique. Il convient donc de mettre en œuvre de nombreux exemples d'utilisation. La géométrie s'y prête tout aussi bien que le calcul ou les jeux.
Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.

1.

```
quand ⚑ pressé
effacer tout
demander Donner la longueur du côté du carré. et attendre
mettre longueur ▾ à réponse
stylo en position d'écriture
avancer de longueur
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de longueur
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de longueur
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de longueur
tourner ↻ de 90 degrés
relever le stylo
```

2. et **3.**

```
quand ⚑ pressé
effacer tout
demander Donner la longueur du rectangle et attendre
mettre longueur ▾ à réponse
demander Donner la largeur du rectangle et attendre
mettre largeur ▾ à réponse
stylo en position d'écriture
avancer de longueur
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de largeur
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de longueur
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de largeur
tourner ↻ de 90 degrés
relever le stylo
dire regroupe Le périmètre est longueur + largeur + longueur + largeur
```

9 Qui es-tu ? Niveau 3

Un peu de personnalisation facilite l'acquisition d'une notion : c'est l'objectif ici. Les questions peuvent être plus nombreuses ou laissées au choix de l'élève.
Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.

```
quand ⚑ pressé
demander Quel est ton prénom ? et attendre
mettre Prénom ▾ à réponse
demander Quel âge as-tu ? et attendre
mettre âge ▾ à réponse
dire regroupe Bonjour Prénom pendant 2 secondes
dire regroupe Tu as regroupe âge ans. pendant 2 secondes
```

Séquence 3 – Utiliser des boucles

Un des grands principes de la programmation est l'utilisation de boucles. En effet, de nombreux algorithmes nécessitent de répéter des actions un certain nombre de fois ou jusqu'à ce qu'une condition soit réalisée.
Les élèves vont donc d'abord rencontrer ces boucles dans des environnements connus du quotidien, puis les utiliser pour décrire des situations et enfin les utiliser pour programmer afin de rendre leurs algorithmes simples et efficaces.
En géométrie, la boucle mettra en évidence des propriétés de figures.

10 Les boucles de Julie Niveau 1

Ces déplacements préparent à une analyse de figures géométriques où des éléments de répétitions pourront être mis en évidence et utilisés dans la construction.

1. Répéter 4 fois ▶ ▲.

2. Répéter 3 fois ▶ ▲ ▲.

3. Répéter 2 fois ▶ ▶ ▼ ▼.

11 À rebours Niveau 2

Retour sur un exercice où l'on compte et on décompte ! Très pratique par exemple dans la gestion d'une variable SCORE dans un jeu.

1. Mettre NOMBRE à 40 000
Mettre RETRAIT à 1
Répéter jusqu'à NOMBRE $\leqslant$ 0
    Mettre NOMBRE à NOMBRE – RETRAIT
    Mettre RETRAIT à RETRAIT + 2

2. Il faut ajouter une variable COMPTEUR initialisée à 0, puis l'augmenter de 1 dans la boucle.

3. Il faut partir de 225.

12 Compétition de natation Niveau 3

Le sport offre de nombreuses situations de répétitions. Les signaler permet aux élèves de prendre conscience de la nature de ces boucles.

a. Répéter 2 fois
Traverser le bassin
b. Répéter 16 fois
Traverser le bassin

13 Construire des polygones Niveau 1

Les figures de géométrie ouvrent de nombreuses possibilités de répétitions : cette entrée donne un autre regard sur la figure elle-même et complète les représentations mentales venant des définitions et propriétés « classiques ».
Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.

1. Pentagone

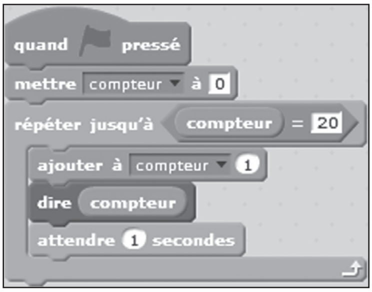
2. Hexagone

3. Triangle équilatéral

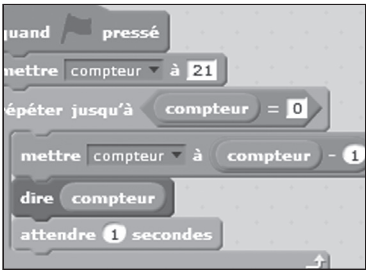
14 Les décompteurs Niveau 2

Une fois le principe du compteur compris, il s'agit de le mettre en œuvre dans des programmes qui préfigurent ici des notions mathématiques qui seront vues plus tard (comme les suites) mais aussi des usages dans des jeux (le score, le nombre de vies…).
Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.

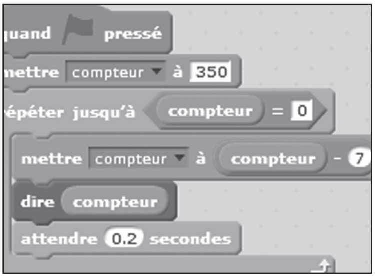
1. et **2.** Compteur de 1 à 20 :



3. Décompte de 20 à 0 :

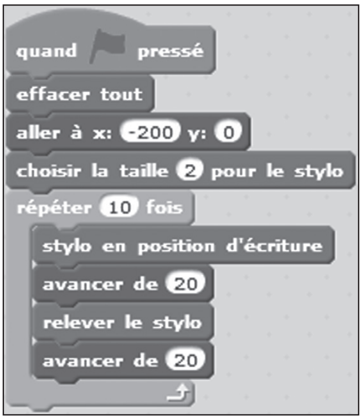


4. Décompte de 7 en 7 à partir de 343 :



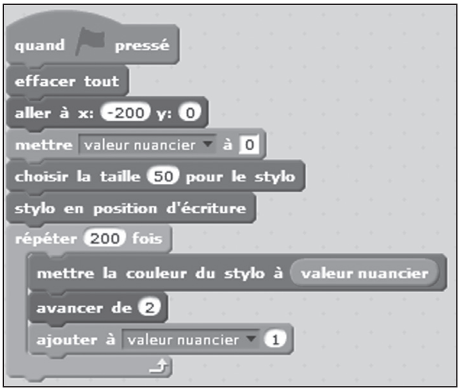
15 Le marquage au sol Niveau 3

On observe que l'alternance trait/espace est répétée 10 fois. On peut donc créer une boucle ***Répéter 10 fois****.*
Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.



16 Un arc-en-ciel Niveau 2

Cet arc-en-ciel offre un nuancier qui permet de mieux visualiser les couleurs associées à chaque valeur ce qui sera très pratique dans la réalisation d'un projet.
Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.



Séquence 4 – Utiliser des instructions conditionnelles

Dans cette séquence, il s'agit de mettre en œuvre la logique associée à un test de type « Si…Alors… » ou du type « Si…Alors…Sinon ». Il faut donc trouver un argument qui permette d'écrire le test : on développe alors plus particulièrement les compétences chercher et raisonner. La mise en œuvre renvoie davantage sur modéliser et communiquer.

17 Les instructions de Julie Niveau 1

Il s'agit ici de mettre en œuvre la logique associée à un test de type « Si…Alors… » ou du type « Si…Alors…Sinon ».
Il faut donc trouver un argument qui permette d'écrire le test.

1.
Répéter jusqu'à « skate park atteint »
    Avancer d'une case
    Si pas de case devant, alors tourner à droite

2.
Répéter jusqu'à « skate park atteint »
    Si pas de case devant, alors tourner à droite
    sinon avancer d'une case

18 Les tirs au but Niveau 2

*Beaucoup de règles dans des sports sont construites avec des structures de type « **Si … Alors …** » ou « **Si … Alors … Sinon** » **…** C'est ici l'occasion de présenter une règle bien connue avec le langage algorithmique.*
On note A le nombre de buts de l'équipe A et B celui de l'équipe B.

1. Si $A = B$, **alors** prolongation **sinon** fin du match.

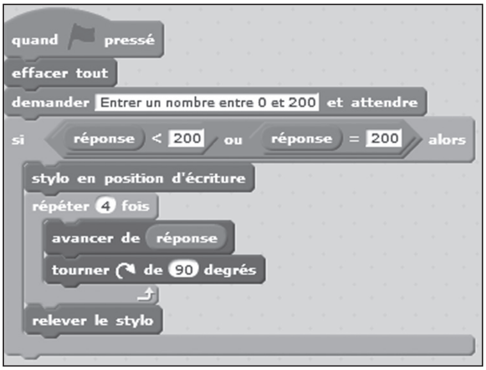
2. Dans cette question, les équipes sont à égalité après 5 tirs au but, c'est alors la « mort subite » :
Répéter jusqu'à une « équipe gagne »
    Si le nombre de tirs de l'équipe A = le nombre de tirs de l'équipe B, **alors**
    Si $A > B$, **alors** A gagne **sinon**
        si $A < B$, **alors** B gagne **sinon** chaque équipe retire une fois.

19 Un carré pas trop grand Niveau 1

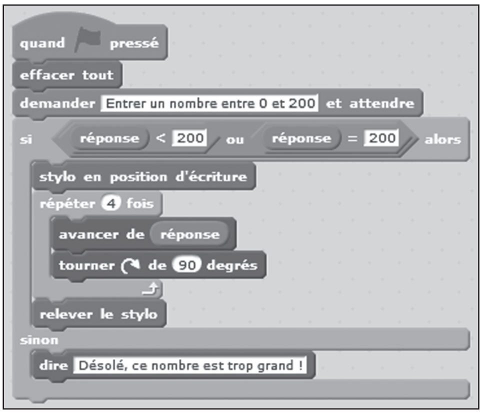
Ce programme permet d'utiliser un test conditionnel dans une situation simple. On peut améliorer le programme en jouant sur « < 200 » ou « ⩽ 200 » ce qui permet l'utilisation si on le souhaite du « ou logique ».
Les deux dernières questions montrent bien l'usage du « Si… Alors… » en comparaison avec le « Si…Alors…Sinon… ».
Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.

1.

2.



3.



20 Un nombre au hasard Niveau 2

Le programme obtenu ici peut servir de base à un programme de recherche d'un nombre mystère que l'on retrouvera en projet !

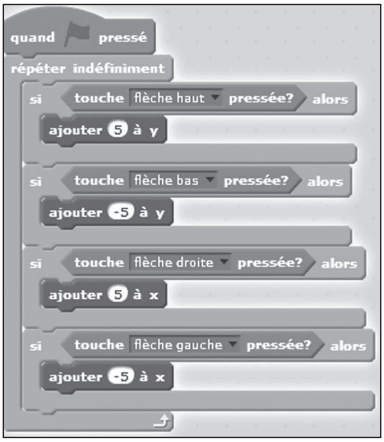
Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.

21 La balade du chat Niveau 3

Cet algorithme sera très pratique dans certaines programmations de jeux. On peut choisir de faire les déplacements avec un élément du style .

Une autre façon, qui est demandée ici, est de mettre un test conditionnel dans une boucle. La vitesse de déplacement dépendra du nombre inscrit.

Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.

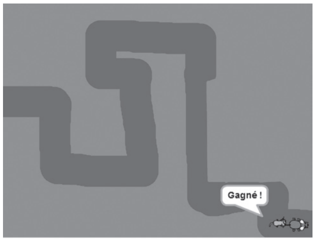


Remarque : on peut se déplacer de biais en appuyant sur deux flèches en même temps.

Projet 1 – Le chat et la souris

Ce programme ludique offre l'entrée dans un premier labyrinthe comme cela est indiqué dans les programmes. Il permet de réinvestir les principaux éléments de programmation tels que les boucles et les tests conditionnels tout en permettant à chaque élève de personnaliser son travail avec un labyrinthe de sa conception. Pour les plus rapides, les évolutions possibles correspondent bien à l'univers de jeux connus de nombreux élèves.

Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.



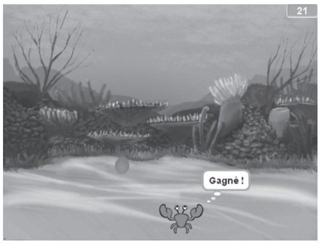
Projet 2 – Le crabe aux pinces magiques

De nouveau très ludique, ce jeu permet d'approfondir aussi des notions mathématiques liées aux déplacements : abscisse, ordonnée, vitesse de déplacement ainsi qu'une approche de l'aléatoire.

La chute d'un ballon à partir de tel ou tel endroit de l'écran ne doit pas pouvoir être anticipée !

Il faut par ailleurs gérer des interactions entre objets.

Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.

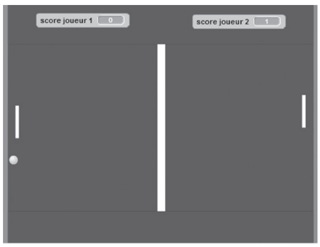


Projet 3 – Pong

Ce jeu, proposé dans les programmes, permet de reprendre les interactions entre objets en allant un peu plus loin : le choc génère un rebond avec un angle qu'il faudra prendre en compte.

On peut proposer une version simplifiée avec une seule raquette et un rebond automatique sur les bords de la scène.

Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.



Projet 4 – Le nombre mystère

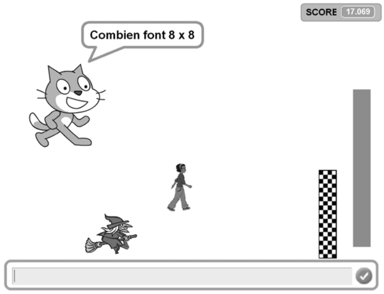
Le programme de base a été initié dans la partie « instructions conditionnelles ». On peut se demander alors s'il existe une stratégie optimale, c'est-à-dire une stratégie avec laquelle on est certain de trouver la bonne réponse en moins de 10 coups, 20 coups… ?

Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.

Projet 5 – Un jeu sérieux

Ce jeu met en œuvre, dans sa partie programmation, l'ensemble des notions d'algorithmique abordées.
On peut ensuite jouer et tenter de gagner face à la sorcière : on retravaille les tables de façon ludique !

Fichiers Scratch disponibles sur www.bordas-myriade.fr.



chapitre 1

Enchainement d'opérations

I. Le programme

Thème A – Nombres et calculs

Au cycle 4, les élèves consolident le sens des nombres et confortent la maitrise des procédures de calcul. Les différentes composantes de ce thème sont reliées entre elles. Les élèves manipulent des nombres rationnels de signe quelconque. Ils prennent conscience du fait qu'un même nombre peut avoir plusieurs écritures (notamment écritures fractionnaire et décimale). Les élèves abordent les bases du calcul littéral, qu'ils mettent en œuvre pour résoudre des problèmes faisant intervenir des équations ou inéquations du premier degré. À l'occasion d'activités de recherche, ils peuvent rencontrer la notion de nombres irrationnels, par exemple lors d'un travail sur les racines carrées.

Attendu de fin de cycle

- Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Utiliser les nombres pour comparer et résoudre les problèmes	
■ Utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée) ; passer d'une représentation à une autre. – Nombres décimaux. – Nombres rationnels (positifs ou négatifs), notion d'opposé. – Fractions, fractions irréductibles, cas particulier des fractions décimales. – Définition de la racine carrée ; les carrés parfaits entre 1 et 144. – Les préfixes de nano à giga.	■ **Rencontrer diverses écritures dans des situations variées** (par exemple nombres décimaux dans des situations de vie quotidienne, notation scientifique en physique, nombres relatifs pour mesurer des températures ou des altitudes). ■ Relier fractions, proportions et pourcentages. ■ Associer à des objets des ordres de grandeurs (par exemple, la taille d'un atome, d'une bactérie, d'une alvéole pulmonaire, la longueur de l'intestin, la capacité de stockage d'un disque dur, la vitesse du son et de la lumière, la population française et mondiale, la distance de la Terre à la Lune et au Soleil, la distance du Soleil à l'étoile la plus proche). ■ Prendre conscience que certains nombres ne sont pas rationnels.
■ Comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels. ■ Repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée. – Ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire. – Égalité de fractions. ■ Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté. ■ **Calculer avec des nombres relatifs, des fractions ou des nombres décimaux (somme, différence, produit, quotient).**	■ Montrer qu'il est toujours possible d'intercaler des rationnels entre deux rationnels donnés, contrairement au cas des entiers. ■ **Pratiquer régulièrement le calcul mental ou à la main, et utiliser à bon escient la calculatrice ou un logiciel.**

■ **Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.** ■ **Effectuer des calculs numériques simples** impliquant des puissances, notamment en utilisant la notation scientifique. – Définition des puissances d'un nombre (exposants entiers, positifs ou négatifs).	■ **Effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes (par exemple, comparer des consommations d'eau ou d'électricité, calculer un indice de masse corporelle pour évaluer un risque éventuel sur la santé, déterminer le nombre d'images pouvant être stockées sur une clé USB, calculer et comparer des taux de croissance démographique).**

** En **gras** : ce qui est étudié dans ce chapitre.*

II. Contexte du chapitre

En cycle 3, les élèves ont déjà commencé l'étude des nombres décimaux et des propriétés des opérations. Ils ont par exemple, en lien avec la calculatrice, introduit et travaillé la priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction ainsi que l'usage des parenthèses.
L'objectif de ce chapitre est d'étendre l'étude de ces propriétés notamment pour :
– la priorité de la division sur les additions et les soustractions ;
– la commutativité de l'addition et de la multiplication ;
– les règles de priorité dans des calculs faisant intervenir des opérations d'un même niveau de priorité (addition et soustraction ou multiplication et division).
Enfin, l'étude de ces propriétés dans un registre numérique devra permettre de préparer à leurs utilisations dans un registre algébrique.

III. Ressources disponibles sur le site compagnon

Avant de commencer	■ Un QCM interactif pour faire le point
Cherchons ensemble	■ Fichiers textes modifiables des activités
Objectif 1 **Objectif 2** **Objectif 3**	■ Vidéo « *Je comprends* » : Effectuer des calculs avec priorité (multiplication ou division) ■ Vidéo « *Je comprends* » : Effectuer des calculs avec priorité (multiplication et parenthèses) ■ Vidéo « *Je comprends* » : Traduire une expression par une phrase
Je travaille seul(e)	■ Un QCM interactif pour faire le point sur le cours
Je résous des problèmes	■ Exercice 77 : fichier Word (grille)
Avec un logiciel	Pour aider à la correction en vidéo-projection : ■ Activité 1 : Tableur ■ Activité 2 : Tableur ■ Activité 3 : Tableur ■ Activité 4 : Programme Scratch Pour que les élèves travaillent en autonomie : ■ Fiches logiciel (GeoGebra et Tableur) et leurs tutoriels vidéo
Les problèmes DUDU	■ Vidéo : Une erreur dans le problème DUDU

IV. Corrections et intentions pédagogiques

■ Cherchons ensemble

Activité 1. Découvrir les priorités des opérations

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'objectif de cette activité sera de :
– remobiliser les connaissances sur la priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction (pour les élèves entrant en 5e en 2016, il s'agira en fait d'une découverte) ;
– étendre cette étude au cas de la division ;
– étudier le cas des calculs ayant un même niveau de priorité.

Une mise en commun rapide semble nécessaire après la question **1**. La question **2** peut être laissée à l'initiative des élèves ou être traitée en vidéo-projection par le professeur à la fin de la mise en commun.
Enfin, les questions **1** et **2** pourront être remplacées avec profit par le problème DUDU proposé page 54 pour revenir ensuite à l'activité.

• Correction

1. Tom fait les calculs de gauche à droite. Il calcule $8 + 2 = 10$, puis $10 \times 3 = 30$.
Alice effectue la multiplication, puis l'addition.
2. Alice a raison.

3 et **4.**

Calculs	Réponse attendue	Erreurs prévisibles
$A = 4\times5+2$	22	28 mais peu probable après la mise en commun de la question **1**.
$D = 30-4\times2$	22	52, même remarque.
$B = 10+1\times3$	13	33, même remarque.
$C = 7+3\times5$	22	50, même remarque.
$G = 100:10+10$	20	5, l'élève peut vouloir commencer par l'opération qu'il maitrise le mieux, ici l'addition.
$I = 200:10-8$	12	100, même remarque, soustraction en premier.
$J = 27-8+2$	21	17, même remarque, l'élève commence par l'addition.
$L=20:10\times2$	4	1 même remarque, l'élève commence par l'opération la mieux maitrisée, ici la multiplication. Autre possibilité, l'élève a retenu que la multiplication est prioritaire à la suite de la question **1** et il applique cette priorité de façon erronée ici.
$E = 30-25:5$	25	1, l'élève fait les calculs de gauche à droite ou alors il commence par la soustraction car l'opération lui est plus familière.
$F = 12+8:4$	14	5, même remarque.
$K = 143-5-2$	136	140, l'élève commence par le calcul le plus simple pour lui, ici 5 – 2.
$H = 15-5\times2+4$	9	Nombreuses réponses possibles. 24 calculs de gauche à droite. 80, l'élève commence par les opérations les plus « simples ». 1, Priorité de la multiplication mais addition avant soustraction...

5. Dans une expression sans parenthèses, les multiplications et les divisions doivent être effectuées avant les additions et les soustractions.
Dans une expression sans parenthèses qui ne contient que des additions et des soustractions ou que des multiplications et des divisions, on effectue les calculs de gauche à droite .

Activité 2. Effectuer un calcul contenant des parenthèses

• ***Considérations didactiques et mise en pratique***
L'objectif de cette activité est de dégager les règles de priorité dans un calcul contenant des parenthèses.
L'utilisation des parenthèses est encouragée par la consigne. Des calculs contenant des parenthèses devraient donc être proposés par les élèves qui les réaliseront avec une calculatrice.
Au moment des mises en commun, le professeur utilisera les propositions de calcul des élèves et les résultats obtenus avec la calculatrice pour mettre en avant les rôles des parenthèses dans les calculs effectués.
La question **1.a.** permettra de s'assurer que la consigne est bien comprise.
Pour les questions **1.c.** et **1.d.**, on peut organiser un concours dans la classe en donnant une limite de temps.

• ***Correction***
1. a. Il y a plusieurs solutions possibles, en voici une : $8 = 4+4+4-4$.
b.

$0 = 4-4+4-4$	$1 = 44:44$	$2 = (4:4)+(4:4)$	$3 = (4+4+4):4$	$4 = (4-4)\times4+4$
$5 = (4\times4+4):4$	$6 = 4+(4+4):4$	$7 = 44:4-4$	$8 = 4+4+4-4$	$9 = 4+4+4:4$

c. Voici quelques réponses possibles :

$0 = 4+4-4-4$	$0 = 4\times4-4\times4$	$0 = 4\times(4-4)\times4$	$0 = 4:4-4:4$

d. On peut proposer ou vidéo-projeter une grille allant de 0 à 100 et barrer au fur et à mesure les nombres que l'on a réussi à atteindre.

$10 = (44-4):4$	$11 =$	$12 = (4-4:4)\times4$	$13 =$	$14 =$
$15 = 44:4+4$	$16 = 4\times4+4-4$	$17 = 4\times4+4:4$	$18 =$	$19 =$

Activité 3. Écrire une suite de calculs en une seule expression

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'objectif de cette activité est d'écrire en une seule expression un calcul réalisé étape par étape. Cette capacité sera mobilisée lorsqu'il sera nécessaire d'algébriser des situations (dépendance fonctionnelle ou mise en équation notamment).

Il est nécessaire de rappeler les règles du jeu si celui-ci n'est pas connu.

Ce travail peut être prolongé en salle informatique en jouant en ligne au jeu TV.

http://www.france3.fr/emissions/des-chiffres-et-des-lettres/jeu_263721

• Correction

1. $(6+4)\times 50+75=575$.

2. $563=9\times 50+75+4\times 8+6$.

3. b. $(4\times 4+5)\times 7$.

Activité 4. Reconnaitre une somme ou un produit

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'objectif de cette activité est de pouvoir décrire une expression à l'aide d'un vocabulaire adapté.

On prépare ici aussi le travail algébrique en étudiant l'aspect structural de l'expression.

Cette capacité sera réinvestie lorsqu'il faudra développer, factoriser ou réduire une expression. Il sera alors indispensable de reconnaitre si une expression est une somme ou un produit.

• Correction

1.

Les sommes	Les produits
$A=10+5\times 2$ $B=(3\times 6)+5$ $C=14+(8-6)$ $H=3\times 5+7$ $G=3\times 7+4\times(6-1)$	$(4+9)\times 7$ $8\times(12+4)$ $(12+5)\times(7+4)$

2.

$19+5\times 4=39$	$19\times(5+4)=171$
$3\times 5+7\times 5=50$	$5\times 3+7=21$

■ Objectif 1. Calculer une expression sans parenthèses

Je m'entraine

1 **Remarque :** Corriger le **e.** au tableau avant de faire les questions suivantes.

a. 25	**b.** 4
c. 23	**d.** 17
e. 10	**f.** 15
g.1	**h.** 13

2 **a.** 49 **b.** 17 **c.** 65 **d.** 97

3 **a.** 32 **b.** 16 **c.** 60 **d.** 15

4 **a.** 10,5 **b.** 31,1 **c.** 34 **d.** 30

5 **a.**12 **b.** 4 **c.** 27,5 **d.** 13 **e.** 14,5 **f.** 0,3

6 **a.** 25 **b.** 60

7 **a.** 28 **b.** 700

Je résous des problèmes simples

8 **2. a.** 82,84 **b.** 15,4901 **c.** $\frac{531}{115}\approx 4{,}61$ **d.** 65,8 **e.** 72
3. $a>e>d>b>c$

9

2	+	3	×	5	=	17
×		+		+		×
39	×	9	–	201	=	150
=		=		=		=
78	+	12	×	206	=	2 550

10

51	–	2	×	13	=	25
:		×		+		+
3	×	19	–	7	=	50
=		=		=		=
17	+	38	+	20	=	75

11 9 tarifs enfants et 20 tarifs adultes au prix du tarif de groupe. $23\times 20+9\times 10{,}5=554{,}50$ €.

12

a	b	c	$a+b\times c$	$a-b-c$
15	8	7	**71**	**0**
50	13	7	**141**	**30**
73	25	14	**423**	**34**

13 **1. B3** : 12,3 ; **C3** : 9,476 ; **D3** : 1,09.
2. E3 : "=B3+C3+D3".
3. E2 : "=2,46*B2+2,06*C2+2,18*D2".

14 Pascal achète 8 BD à 12,60 € chacune et 5 livres de poche à 6,40 € chacun, combien paiera-t-il en tout ?

15 $50-5\times 2{,}1-3\times 3-5{,}8=24{,}7$ €.

■ Objectif 2. Calculer une expression avec parenthèses

Je m'entraine

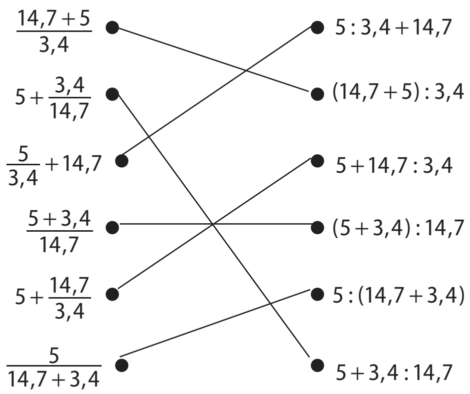
16 **a.** 15 **b.** 25 **c.** 23 **d.** 35 **e.** 10 **f.** 50 **g.** 25 **h.**1

17 **1. a.** 31 **b.** 15 **c.** 41 **d.** 31 **e.** 41 **f.** 15
2. a = d ; c = e et b = f.

18 **a.** $3\times(5+3)-2\times 7+1$.
b. $3\times(5+3)-2\times(7+1)$.
c. Pas de parenthèses à placer.
d. $3\times 5+(3-2)\times 7+1$.

19 **a.** 9 **b.** 20 **c.** 80
d. 9 **e.** 15 **f.** 16

20



Je résous des problèmes simples

21 Réponse C : 6,90 € (A = 30,7 ; B = 83,3 ; D = 30,7 et E = 11,9).

22 **1.** Plusieurs solutions sont possibles, en voici une :

$0=3+3-3-3$	$5=(3+3)-3:3$
$1=33:33$	$6=3:3\times(3+3)$
$2=3:3+3:3$	$7=(3+3)+3:3$
$3=3\times3-3-3$	$8=33:3-3$
$4=$	$9=3\times3+3-3$

$10=3\times3+3:3$

2. Par exemple :

$6+6-6-6=0$	$666-6=660$
$66-6-6=54$	$(6+6)\times(6+6)=144$
$6\times6+6+6=48$	$6+6+6-6=12$
$6\times6-6-6=24$	$66+6-6=66$

23 $(12+5)\times11+9+25=221$.

24 Plusieurs solutions existent, en voici quatre différentes :
N° 1 : $5\times(16+14)-30$ N° 2 : $11\times(10+1)-1$
N° 3 : $2\times(58+4)-4$ N° 4 : $41\times(2+1)-3$

25 **1.** Si on choisit 10, on a $(10+13)\times9+4=211$.
2. Non, il a oublié des parenthèses. Correction de la formule : «=(A2+13)*9+4»

26 **1.** $4\times4,18+3\times3,87=28,33$.
2. $40\div4,25\times3,87\approx36,42$.

27 *Programme 1 :* $(10+19)\times13+8=385$
Programme 2 : $10\times6-2+13=71$.

Objectif 3. Utiliser le vocabulaire pour décrire une expression

Je m'entraine

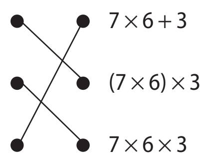
28 **a.** Somme **b.** Produit **c.** Produit **d.** Somme

29 **a.** Produit **b.** Produit **c.** Différence **d.** Différence
e. Produit **f.** Quotient

30 **a.** Somme **b.** Quotient **c.** Produit **d.** Quotient
e. Somme **f.** Produit

31 **a.** Somme de 9 et du produit de 4 par 7.
b. Produit de 4 et de la somme de 7 et de 9.
c. Somme du produit de 4 par 7 et du produit de 4 par 9.
d. Somme de 4 et du produit de 7 par 9.

32 Le produit de la somme de 7 et de 6 par 3
La somme de 7 et du produit de 6 par 3
La somme du produit de 7 par 6 et de 3

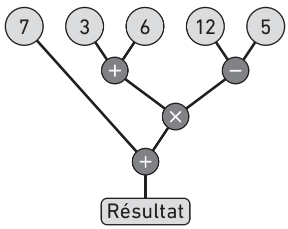


33 **a.** $7\times(5+4)$ **b.** $\frac{27}{3}+13$
c. $\frac{20-5}{8}$ **d.** $(10+8)-3\times4$

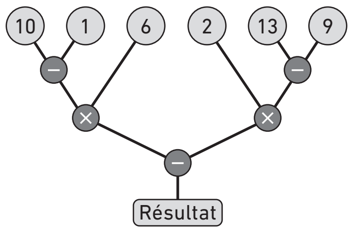
Je résous des problèmes simples

34 **a.** $(7+11)\times14$ **b.** $7\times14+14\times11$

35 **a.**



b.



36 Faux, contre-exemple 4 et 0,5 : $4+0,5=4,5$ et $4\times0,5=2$.

37 **1.** $\frac{(10+8)\times3-24}{30}=1$.
2. et **3.** En fonction de la progression, le fait que le résultat soit toujours 1 sera prouvé ou laissé à l'état de conjecture.

$$\frac{(x+8)\times3-24}{30}=1$$

38 **1.** $9{,}5\times5=8\times5+1{,}5\times5$.
2. Oui, on peut le justifier en utilisant la distributivité dans un registre numérique ou en utilisant les propriétés de l'addition.
$9{,}5\times5$,
c'est $5+5+5+5+5+5+5+5+5+$ la moitié de 5.

39 N° 4 / N° 5 / N° 2 / N° 3 / N° 1
Les dominos sont numérotés de haut en bas.

Je travaille seul(e)

40 A **41** B **42** A **43** C **44** C

45 **a.** $140-60=80$
b. $14-6=8$
c. $140+60=200$
d. $1400+6=1406$
e. $130+6=136$
f. $130-6=124$

46 Il y a de nombreuses possibilités :

$100\times20\times4=8\,000$	$100+20+4=124$
$100\times20+4=2\,004$	$100+20-4=116$
$100\times20-4=1996$	$100+20\times4=180$
$100\times20:4=500$	$100+20:4=105$
$100:20-4=1$	$100-20+4=84$
$100:20\times4=20$	$100-20-4=76$
$100:20+4=9$	$100-20\times4=20$
	$100-20:4=95$

47 **1. a.** $1+8=9$. **b.** $2+96=98$.
c. $3+984=987$. **d.** $4+9\,872=9\,876$.
2. On remarque qu'entre chaque calcul, on augmente le premier nombre de 1 et le dernier nombre est formé des chiffres dans l'ordre : 12 345… D'autre part, on obtient comme résultat les chiffres dans l'ordre décroissant.
$5+8\times12\,345=98\,765$,
puis $6+8\times123\,456=987\,654$,
puis $7+8\times1\,234\,567=9\,876\,543$.

48 **a.** $20+4\times5=40$.
b. $100:2-10=40$.

49 $5\times4{,}8+3\times2{,}5+8\times3=55{,}5$ m.

50 **a.** $18-2=16$; **b.** $180:2=90$;
c. $12-4=8$; **d.** $4\times(15-11)=4\times4=16$;
e. $30\times3=90$; **f.** $14:10=1{,}4$.

51 **a.** $\dfrac{2+4}{10}$ **b.** $2+\dfrac{4}{10}$ **c.** $\dfrac{2}{\dfrac{4}{10}}$ **d.** $\dfrac{\dfrac{2}{4}}{10}$

52 **a.** $(18+7):5$; **b.** $18+7:5$; **c.** $18:5+7$;
d. $18:(7:5)$.

53 $6\times1{,}25=7{,}5$; $6\times2{,}8=16{,}8$; $2\times1{,}15=2{,}3$.
$40-2{,}3-7{,}5-16{,}8=13{,}4$ €.
Les propositions B, C et E sont correctes.

54 On prend une valeur approchée en prenant 365 jours par an et on ne tient pas compte des années bissextiles.
$3\times365\times10\times10=109\,500$ mg.

55 **a.** J'achète 3 myosotis, 3 aster et 1 chrysanthème. Combien vais-je payer ?
b. J'achète 3 pensées, 3 chrysanthèmes et 8 aster, combien vais-je payer ?
c. Je paye avec un billet de 100 € et j'achète 4 pensées, 2 asters et un myosotis. Combien va-t-on me rendre d'argent ?

56 **a.** $(10+5)\times2-19$ **b.** $(3\times4-5)\times3$ **c.** $(4+5-8)\times9$

57 **a.** Somme **b.** Produit **c.** Produit **d.** Différence

58 **a.** Produit de 4 et de la somme de 8 et de 6.
b. Différence de 18 et du produit de 3 par 5.
c. Quotient de la somme de 8 et de 12 par 5.
d. Somme du quotient de 8 par 5 et de 12.

59 **a.** 7×9 **b.** $8+5$ **c.** $43-17$

60 **1** et **2. a.** $10\times(3+6)=90$ **b.** $\dfrac{42}{6}+13=20$
c. $\dfrac{118-18}{25}=4$ **d.** $5\times10-(6+10)=34$

61 **a.** $(13-8)\times(8-3)$ **b.** $9\times(17-4)$

62 **1.** $40=60-20$ **2.** $40=14+6+8+2+10$
3. $40=2\times2\times2\times5$ **4.** $40=80:2$
5. $40=2\times10+4\times5$

Je résous des problèmes

63 Au marché, Caroline achète 2 kg de moules à 10,40 € le kg et 5 kg de palourdes à 5,60 € le kg. Elle paie avec un billet de 100 €. Combien va-t-on lui rendre ?

64 **1.** Envoi séparé : $0{,}7+1{,}4=2{,}10$ €. Envoi groupé : 2,80 €.
L'envoi séparé est moins cher.
2. $8\times1{,}4+3\times5{,}6=28$ €.

65 **1.** Aire EFGC $=(43-10)\times(80-27)=1749$ cm^2.
2. $2\times(80-27)+2\times(43-10)=172$ cm.

66 **1.** Plusieurs solutions sont possibles, en voici une :

$A=4+3\times1=7$
$B=6\times2-1=11$
$C=(5+4)\times7=63$
$D=(7-1)\times9=54$

2. Total : $7+11+63+54=135$

3.

3.	$A = 7+8\times 9 = 79$
	$B = 8\times 9-1 = 71$
	$C = (8+7)\times 9 = 135$
	$D = (9-1)\times 8 = 64$
	Total : $79+71+135+64 = 349$

67 Affirmation **a** : Faux, contre-exemple : $50:2\times 10$.
Affirmation **b** : Faux, contre-exemple : $0{,}5\times 6 = 3$.
Affirmation **c** : Vrai, lorsqu'il n'y a que des multiplications, on peut les effectuer dans l'ordre que l'on veut. Donc un nombre multiplié par 6, puis par 7 donnera le même résultat qu'un nombre multiplié par 42.

68 Plusieurs réponses sont possibles en fonction des choix effectués :
– au minimum : $28\times 60+3\times 10+2\times 60+84\times 6 = 2\,334$ L ;
– au maximum : $28\times 80+3\times 30+2\times 60+84\times 12 = 3\,458$ L.

69 **1.** – Carré de côté 1 : $1\times(1+1)\times 2 = 4$.
– Carré de côté 2 : $2\times(2+1)\times 2 = 12$.
– Carré de côté 3 : $3\times(3+1)\times 2 = 24$.
– Carré de côté 4 : $4\times(4+1)\times 2 = 40$.
2. Carré de côté 80 : $80\times(80+1)\times 2 = 12\,960$.
3. Par tâtonnement :
$10\times(10+1)\times 2 = 220$ et $11\times(11+1)\times 2 = 264$ (trop grand).
Le plus grand carré possible fait 10 de côté.

70 **1.** 15 ans valent environ $15\times 365 = 5\,475$ jours.
$86\,500 : 5\,475 \approx 15{,}8$ tours en un jour donc :
$15{,}8\times 438 \approx 6\,920$ tours.
2. $\dfrac{86\,500}{15\times 365}\times 438$

71 **1.** $3+3+3+3+3+3 = 18$ et
$3\times 3\times 3\times 3\times 3\times 3 = 729$.
2. $3+3 = 6$ et $3\times 3 = 9$ d'autre part, $2+2+2 = 6$ et $2\times 2\times 2 = 8$. Pour obtenir un grand score, il faut faire apparaitre beaucoup de 3.

72 **1.** 49 **2.** 100
3. On calcule le carré du nombre de niveaux.

Dans les autres matières

73 **1.**

Heure	8h30	9h30	10h30	11h30	12h30
Pénicilline	300	180	108	64,8	38,88
Heure	13h30	14h30	15h30	16h30	17h30
Pénicilline	23,328	14	8,39	5	3

Heure	18h30	19h30	20h30	21h30
Pénicilline	1,8	1,08	0,65	0,39
Heure	22h30	23h30	0h30	1h30
Pénicilline	0,234	0,14	0,084	0,067

2. C'est-à-dire à partir de 21h30, soit au bout de 13 heures.

74 27 tonnes, c'est 3 fois 9 tonnes donc il faudra 3 fois 10,5 tonnes de papier usagé, c'est-à-dire 10 500 kg.
Un cahier pèse $192\times 3 = 576$ g $= 0{,}576$ kg, il faudra donc $10\,500 : 0{,}576 \approx 18\,229$ cahiers.

En une seule expression : $\dfrac{10{,}5\times 1000}{3\times 192 : 1000}$

75

4	2		3	4
8		1	2	0
8	2	2		
	8	1		1
	2	6	6	6

76 **1.** $3{,}5\times 1{,}5+3\times 2{,}5 = 12{,}75$ kWh
et $12{,}75\times 0{,}1005 \approx 1{,}28$ €.
2. $(3{,}5\times 1{,}5+3\times 2{,}5)\times 0{,}1005$.

Jeux mathématiques

77 Jeu à faire en classe, en vidéo-projection si possible.

78 24 et 42.

79 Le record à battre est de 904.

Devoirs à la maison

80 **1.** $3\times 3{,}2 = 9{,}6$.
2. $(77{,}5-10) : 2{,}5 = 27$ et $27\times 3{,}2 = 86{,}4$
3. $(77{,}5-10) : 2{,}5\times 3{,}2$
4. 14 DVD

81 **1.** $240\times 0{,}2+(350-240)\times 0{,}4 = 92$ euros.
2. $\dfrac{74-60}{0{,}05} = 280$
3. Frédéric : $60+350\times 0{,}05 = 77{,}5$.
Christine : $240\times 0{,}2+(280-240)\times 0{,}4 = 64$.
Ni Frédéric ni Christine n'auraient gagné plus d'argent.

Avec un logiciel

Activité 1. La facture EDF

• Considérations didactiques et mise en pratique
L'objectif de ce problème est d'utiliser un tableur pour automatiser des calculs dans un contexte de vie quotidienne. Il peut être intéressant d'avoir traité l'exercice 77 avant de faire ce TP mais ce n'est pas une obligation. Les unités peu familières des élèves peuvent créer de la difficulté dans la réalisation des calculs. On pourra le cas échéant commencer une recherche Papier/Crayon avant de programmer les cellules du tableur.
Précision pour la consigne : La taxe sur la consommation et la contribution au service public d'électricité s'appliquent à l'ensemble de la consommation (HP et HC).

• Correction
2. a.

	A	B	C	D
1		Consommation kWh	Prix unitaire TTC	Montant TTC
2	Heures pleines	3437	0,1026	
3	Heures creuses	2781	0,0738	
4	Taxe sur la consommation		0,01144	
5	Contribution au service public d'électricité		0,021732	
6			Total TTC	

2. b. B4 : "=B2+B3"
B5: "=B4" ou "=B2+B3"

	A	B	C	D
1		Consommation kWh	Prix unitaire TTC	Montant TTC
2	Heures pleines	3437	0,1026	
3	Heures creuses	2781	0,0738	
4	Taxe sur la consommation	6218	0,01144	
5	Contribution au service public d'électricité	6218	0,021732	
6			Total TTC	

2. c. D2 : "=B2*C2"

2. d. D6 : "=D2+D3+D4+D5+8,57*12"

	A	B	C	D
1		Consommation kWh	Prix unitaire TTC	Montant TTC
2	Heures pleines	3437	0,1026	352,6362
3	Heures creuses	2781	0,0738	205,2378
4	Taxe sur la consommation	6218	0,01144	71,13392
5	Contribution au service public d'électricité	6218	0,021732	135,129576
6			Total TTC	866,977496

2. e. 867 € environ.

2. f. Il faut modifier la formule en **D6** pour ne compter qu'une seule fois l'abonnement.

On obtient le maximum en ne consommant que des heures creuses : 855 kWh.

On obtient le minimum en ne consommant que des heures pleines : 674 kWh.

Activité 2. Les poules et les lapins

Considérations didactiques et mise en pratique

L'objectif de ce TP est d'utiliser un tableur pour faciliter une recherche par tâtonnement pour résoudre un problème à deux contraintes. Le but de ce travail est également de préparer les futures modélisations à l'aide d'une équation ou d'une fonction.

Avant de commencer le travail sur l'ordinateur, on peut proposer une recherche papier/crayon pour le problème suivant : Est-il possible qu'il y ait 100 poules et 235 lapins ? Ce travail permettrait de vérifier que les enjeux, les contraintes de l'énoncé, sont bien compris de tous les élèves.

• Correction

3. c. B2 : "=335-A2" **3. d.** C2 : "=A2+B2"

3. e. D2 : "=2*A2+4*B2"

3. f. Il y a 79 lapins et 256 poules

Activité 3. Somme et produit de trois nombres consécutifs

Considérations didactiques et mise en pratique

L'objectif de ce problème est d'utiliser un tableur pour faciliter une recherche par tâtonnement et éventuellement d'établir une conjecture. Selon le moment de l'année ou le niveau de la classe, cette conjecture pourra être démontrée en utilisant l'algèbre ou rester au statut de conjecture si la preuve n'est pas accessible.

• Correction

3. B2: "=A2+1" **4.** C2: "=B2+1" ou "=A2+2"

5. D2 : "=A2+B2+C2" **6.** E2 : "=A2*B2*C2"

7. Oui 441+442+443. **8.** Non car 5+6+7=18 et 4+5+6=15.

9. On obtient des multiples de 3.

10. $34\times35\times36=42\,840$ et $34+35+36=105$.

Activité 4. Motif en escalier

• Considérations didactiques et mise en pratique

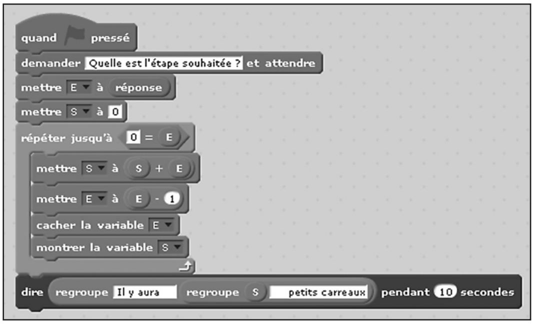
L'objectif de ce problème est d'utiliser un algorithme pour effectuer rapidement des calculs qui seraient extrêmement longs à faire à la calculatrice.

• Correction

1. Étape 4 : 10, c'est-à-dire le nombre nécessaire pour l'étape 3, plus 4.

Étape 5 : 15, c'est- à-dire le nombre nécessaire pour l'étape 4, plus 5.

2.



6. 5 050 petits carrés.

7. Étape 6, 21 carrés et Étape 7, 28 carrés donc impossible d'utiliser 26 carrés.

8. Oui, à l'Étape 245.

■ Tâches complexes

1. Interpréter des données

550 g de végétaux et de céréales par jour, c'est 200,75 kg de céréales ou de légumes par an.

Un Français végétarien remplace une consommation de 88,6 kg de viande et 110 kg de céréales par 200,75 kg de céréales et de végétaux, il consomme donc 90,75 kg de céréales et végétaux en plus.

En revanche pour produire 88,6 kg de viande, il faut $88{,}6\times7=620{,}2$ kg de végétaux et céréales.

Bilan : un végétarien « économise » $620{,}2-90{,}75=529{,}45$ kg de végétaux et céréales.

On pourrait nourrir avec cette économie :

$529{,}45 : 200{,}75\approx2{,}6$ personnes pendant un an.

Donc si un tiers des Français étaient végétariens, on pourrait nourrir dans un monde idéal $22\,000\,000\times2{,}6\approx57\,200\,000$ personnes, ce qui correspond environ au nombre d'enfants souffrant de malnutrition dans le monde.

Remarque importante : en pratique, les choses ne sont pas aussi simples et ce qui n'est pas mangé par les Français n 'est pas automatiquement disponible pour les personnes souffrant de malnutrition.

2. Une erreur dans le problème DUDU

Les deux calculs sont :

$14+15=29$ $29+11=40$ $40\div2=20$ $20-14=6$	$14+15+11\div2-14=20{,}5$

Les priorités des opérations ne sont pas respectées dans le calcul de droite.

chapitre 2

Nombres en écritures fractionnaires

I. Le programme

Thème A – Nombres et calculs

Au cycle 4, les élèves consolident le sens des nombres et confortent la maitrise des procédures de calcul. Les différentes composantes de ce thème sont reliées entre elles. Les élèves manipulent des nombres rationnels de signe quelconque. Ils prennent conscience du fait qu'un même nombre peut avoir plusieurs écritures (notamment écritures fractionnaire et décimale). Les élèves abordent les bases du calcul littéral, qu'ils mettent en œuvre pour résoudre des problèmes faisant intervenir des équations ou inéquations du premier degré. À l'occasion d'activités de recherche, ils peuvent rencontrer la notion de nombres irrationnels, par exemple lors d'un travail sur les racines carrées.

Attendus de fin de cycle

- Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes.
- Comprendre et utiliser les notions de divisibilité.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées	
■ **Utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée) ; passer d'une représentation à une autre.** – Nombres décimaux. – Nombres rationnels (positifs ou négatifs), notion d'opposé. – Fractions, fractions irréductibles, cas particulier des fractions décimales. – Définition de la racine carrée ; les carrés parfaits entre 1 et 144. – Les préfixes de nano à giga.	■ Rencontrer diverses écritures dans des situations variées (par exemple nombres décimaux dans des situations de vie quotidienne, notation scientifique en physique, nombres relatifs pour mesurer des températures ou des altitudes). ■ Relier fractions, proportions et pourcentages. ■ Associer à des objets des ordres de grandeurs (par exemple, la taille d'un atome, d'une bactérie, d'une alvéole pulmonaire, la longueur de l'intestin, la capacité de stockage d'un disque dur, la vitesse du son et de la lumière, la population française et mondiale, la distance de la Terre à la Lune et au Soleil, la distance du Soleil à l'étoile la plus proche).
■ **Comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels.** ■ **Repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée.**	■ Prendre conscience que certains nombres ne sont pas rationnels.
■ **Ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire.** ■ **Égalité de fractions.**	■ Montrer qu'il est toujours possible d'intercaler des rationnels entre deux rationnels donnés, contrairement au cas des entiers.

** En **gras** : ce qui est étudié dans ce chapitre.*

II. Contexte du chapitre

Les élèves ont une connaissance des fractions réduites à la notion de fraction-partage. Il s'agit de la compléter peu à peu avec celle de nombre, qui permettra ensuite d'effectuer des calculs (addition, soustraction, multiplication, division).

On se restreindra en 5e à la comparaison, la simplification et la proportion d'une quantité ce qui permettra en particulier de mettre en place le produit en croix.

III. Ressources disponibles sur le site compagnon

Avant de commencer	■ Un QCM interactif pour faire le point
Cherchons ensemble	■ Fichiers textes modifiables des activités
Objectif 1 **Objectif 2** **Objectif 3**	■ Vidéo « *Je comprends* » : Résoudre un problème avec les fractions ■ Vidéo « *Je comprends* » : Simplifier une fraction ■ Vidéo « *je comprends* » : Appliquer le produit en croix
Je travaille seul(e)	■ Un QCM interactif pour faire le point sur le cours
Avec un logiciel	Pour aider à la correction en vidéo-projection : ■ Activité 1 : Tableur ■ Activité 2 : Tableur ■ Activité 3 : Figure dynamique ■ Activité 4 : Programme Scratch
Les problèmes DUDU	■ Vidéo : Les DUDU et le dentifrice

IV. Corrections et intentions pédagogiques

■ Cherchons ensemble

Activité 1. Calculer avec une écriture fractionnaire, un quotient, une fraction

• ***Considérations didactiques et mise en pratique***

Dans cette activité, il s'agit de commencer à compléter l'image de la fraction-partage, seule présente en cycle 3 par celle de la fraction en tant que nombre, celle-ci peut alors intervenir dans des calculs élaborés.

• ***Correction***

1. a. $\frac{2}{5}$; 0,4 ; $\frac{4}{10}$.

1. b. 0,40 euros.

2. a. $\frac{8}{6}$; $\frac{4}{3}$.

2. b. Elle ne peut pas partager 8 euros équitablement entre ses 6 petits-enfants car la division de 8 par 6 ne donne pas un résultat exact .

3. a. $\frac{3}{4}$ **b.** $\frac{5}{7}$ **c.** $\frac{3}{5}$ **d.** $\frac{1}{2}$ **e.** $\frac{7}{6}$

4. $A\left(\frac{1}{2}\right)$; $B\left(\frac{5}{7}\right)$; $C\left(\frac{3}{5}\right)$; $D\left(\frac{7}{6}\right)$; $E\left(\frac{3}{4}\right)$

5. $\frac{1}{2} = 0{,}5$; $\frac{3}{5} = 0{,}6$; $\frac{3}{4} = 0{,}75$.

Activité 2. Exprimer une proportion

• ***Considérations didactiques et mise en pratique***

Les fractions sont un outil essentiel de la proportionnalité. Il s'agit ici de mettre en œuvre des situations permettant de présenter une proportion sous la forme d'une fraction.

• ***Correction***

1. a. $\frac{14}{20}$, soit $\frac{7}{10}$ ou encore 70 %.

1. b. $\frac{6}{20}$, soit $\frac{3}{10}$ ou encore 30 %.

2. $\frac{8}{10} > \frac{7}{10}$: les dénominateurs sont égaux et $8 > 7$.
La proportion est plus importante à Strasbourg.

3. a. $\frac{180}{200} = \frac{9}{10}$.

b. $\frac{7}{10} < \frac{8}{10} < \frac{9}{10}$, soit Brest, puis Strasbourg, puis l'ile de Ré.

Activité 3. Écrire des fractions égales

• ***Considérations didactiques et mise en pratique***

Les fractions présentent la difficulté de proposer plusieurs écritures d'un même nombre. Il convient donc de se familiariser avec ces différentes écritures aussi bien dans le cas de nombres décimaux que de nombres non décimaux.

• ***Correction***

1. *Marion* : $1{,}5 = \frac{15}{10}$; *Fouad* : $1{,}5 = \frac{3}{2}$; *Arthur* : $1{,}5 = \frac{6}{4}$;
Léa : $1{,}5 = \frac{30}{20}$.

2. $\frac{15}{10} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{30}{20} = 1{,}5$.

3. et **4.** On peut multiplier le numérateur ET le dénominateur par le même nombre, non nul.

5. a. $\frac{5}{3} = \frac{15}{9}$ **b.** $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$ **c.** $\frac{7}{4} = \frac{28}{16}$ **d.** $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

6. $\frac{3}{2}$. Le numérateur et le dénominateur n'ont aucun diviseur en commun.

7. Pour simplifier une fraction, on peut diviser le numérateur et le dénominateur par le même nombre non nul.

8. a. $\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$ **b.** $\frac{45}{35}=\frac{9}{7}$ **c.** $\frac{6}{14}=\frac{3}{7}$ **d.** $\frac{90}{40}=\frac{9}{4}$ **e.** $\frac{24}{30}=\frac{4}{5}$

Activité 4. Connaitre et utiliser des produits en croix

• Considérations didactiques et mise en pratique

Le travail sur les fractions et sur la proportionnalité permet l'utilisation de nombreux outils de calcul : il s'agit ici de travailler l'un d'eux, le produit en croix.

• Correction

1. a. et **b.** $\frac{13\times a}{91}=\frac{7\times c}{91}$, d'où $13\times a=7\times c$.

2. a. On multiplie par *d* le numérateur et le dénominateur de la première fraction et on multiplie par *b* le numérateur et le dénominateur de la deuxième fraction.

$\frac{a\times d}{b\times d}=\frac{c\times b}{d\times b}$: les dénominateurs étant identiques, on a bien $a\times d=b\times c$.

b. On divise chaque membre par $b\times d$. On peut alors simplifier le premier membre par *d* et le second par *b*.

c. On peut faire une croix pour montrer les éléments que l'on multiplie.

d. $52\times 238=12\ 376$ et $68\times 186=12\ 648$, ces deux fractions ne sont pas égales.

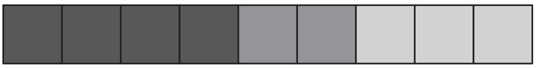
$221\times 15=3\ 315$ et $39\times 85=3\ 315$, ces deux fractions sont égales.

Objectif 1. Utiliser des fractions en tant que quotients ou proportions

Je m'entraine

1 **a.** 8 cm **b.** 150 € **c.** 2

2 **1. 2.** et **3.**

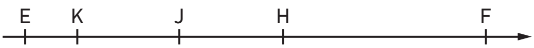


$\frac{3}{9}$ donc $\frac{1}{3}$

3

$\frac{AP}{AB}=\frac{3}{7}$; $\frac{PB}{AB}=\frac{4}{7}$.

4

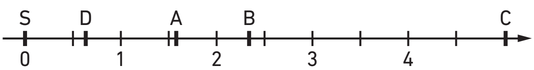


5

Deux positions sont possibles pour le point S : S_1 ou S_2.

6

a. $\frac{11}{7}$ **b.** $\frac{7}{3}$ **c.** $\frac{24}{5}$ **d.** $\frac{5}{8}$



7 **a.** 8 **b.** $\frac{15}{7}$ **c.** $\frac{19}{3}$ **d.** $\frac{5}{6}$ **e.** $\frac{8}{17}$ **f.** $\frac{1}{2}$

g. $\frac{1}{10}$ **h.** 0.25 **i.** $\frac{1}{3}$ **j.** 10 **k.** 6 **l.** $\frac{63}{2}$

Je résous des problèmes simples

8 **1.** 21 **2.** 20

9 80 g de farine, 160 g de sucre et 2 belles pommes.

10 **1.** $\frac{1}{20}$ **2.** $\frac{9}{20}$ **3.** $\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$ **4.** $\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$

11 **1.** et **2.**

3. Il reste un quart du gâteau pour Chloé.

12 **1.** $\frac{8}{17}$ **2.** 6

13 **1.** $28\ \% = \frac{28}{100}$, soit un peu plus de $\frac{25}{100}$, c'est-à-dire un quart.

2. $\frac{1}{6}\approx 16{,}6\%$ ce qui est très proche des 17 % annoncés.

3. 19 482 000

Objectif 2. Utiliser plusieurs écritures d'une fraction

Je m'entraine

14 **a.** $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{5}$.

b. Par 3 : non ; par 5 : oui, $\frac{3}{10}$.

c. $\frac{2}{3}$

15 **a.** $\frac{2}{7}$ **b.** $\frac{13}{9}$ **c.** $\frac{3}{4}$ **d.** $\frac{5}{6}$ **e.** $\frac{17}{11}$ **f.** $\frac{8}{15}$ **g.** $\frac{1}{5}$

16 **a.** $\frac{2}{5}$ **b.** $\frac{9}{7}$ **c.** $\frac{11}{10}$ **d.** $\frac{6}{13}$ **e.** $\frac{3}{4}$ **f.** $\frac{8}{3}$ **g.** $\frac{1}{12}$

17 **a.** $\frac{2}{5}$ **b.** $\frac{10}{9}$ **c.** $\frac{3}{4}$ **d.** $\frac{6}{10}$ **e.** $\frac{15}{16}$ **f.** $\frac{13}{7}$ **g.** $\frac{1}{3}$

18 **a.** 17

b. 9

c. $4\times 4\times 2$

d. 19

19 **a.** $\frac{5\times 3}{5\times 5}=\frac{3}{5}$ **b.** $\frac{8\times 4}{8\times 3}=\frac{4}{3}$ **c.** $\frac{37\times 3}{37\times 2}=\frac{3}{2}$

d. $\frac{2\times 2}{2\times 11}=\frac{2}{11}$ **e.** $\frac{9\times 2}{9\times 3}=\frac{2}{3}$ **f.** $\frac{6\times 7}{5\times 7}=\frac{6}{5}$

g. $\frac{2\times 7}{2\times 12}=\frac{7}{12}$ **h.** $\frac{5\times 10}{5\times 9}=\frac{10}{9}$

20 **a.** $\frac{1}{2}$ **b.** $\frac{3}{5}$ **c.** $\frac{27}{10}$ **d.** $\frac{18}{5}$ **e.** $\frac{5}{4}$ **f.** $\frac{7}{1000}$

21 $\frac{10}{15}=\frac{2}{3}=\frac{6}{9}=\frac{14}{21}=\frac{40}{60}$; $\frac{5}{7}=\frac{10}{14}=\frac{30}{42}$.

Je résous des problèmes simples

22 **1.** $\frac{70}{840}$

2. Oui, car $\frac{70}{840}=\frac{1}{12}$.

23 **1.** $\frac{16}{20}$ **2.** $\frac{4}{5}$

24 **1.** Anglais : $\frac{125}{1000}$; Français : $\frac{145}{1000}$.

2. Anglais : $\frac{1}{8}$; Français : $\frac{29}{200}$.

25 **1.** $\frac{270}{900}$ **2.** $\frac{3}{10}$

26 **1.** $\frac{60\,000}{3\,000\,000}=\frac{1}{50}$.

2. $\frac{1}{50}=\frac{2}{100}=2\%$. Le musée de l'Ermitage expose 2 % de sa réserve, le musée du Louvre expose donc une plus grande partie de sa réserve.

27 **1.** $0{,}9<1$ et $\frac{7}{8}<1$.

2. $0{,}9=\frac{9}{10}$ et $\frac{9}{10}>\frac{7}{8}$. Neil a couru plus vite.

3. Liam : 43,2 min soit 43 min 12 s et Neil 42 min.

■ Objectif 3. Connaitre et utiliser l'égalité des produits en croix

Je m'entraine

28 **a.** $2{,}5\times 9{,}94=7{,}1\times 3{,}5$.

2. $\frac{6}{18}=\frac{9}{27}$ ou $\frac{6}{9}=\frac{18}{27}$ ou $\frac{27}{18}=\frac{9}{6}$ ou $\frac{27}{9}=\frac{18}{6}$.

29 À chaque fois, on a multiplié le numérateur et le dénominateur d'une fraction donnée par le même nombre.

30 **a.** Oui **b.** Non **c.** Non **d.** Oui

31 **a.** 2 **b.** 81 **c.** 63 **d.** 33

32 Exemples possibles

a. $\frac{16}{32}=\frac{63}{126}$ **b.** $\frac{18}{2016}=\frac{1}{112}$ **c.** $\frac{8}{24}=\frac{84}{252}$

d. $\frac{36}{2}=\frac{1008}{56}$

33 **a.** Faux **b.** Vrai **c.** Faux

34 **a.** c. et d.

b. $\frac{65}{52}=\frac{60}{48}$ et $\frac{65}{60}=\frac{52}{48}$.

35 **a.** $240\times 78=288\times 65$.

b. $845\times 42=546\times 65$.

c. $732\times 879=586\times 1\,098$.

36 **a.** Non, car $23\times 128\neq 54\times 54$.

b. Oui, car $77\times 649=121\times 416$.

c. Oui, car $34\times 57=51\times 38$.

d. Oui, car $684\times 49=588\times 57$.

e. Non, car le chiffre des unités de $258\,963\times 853\,159$ est 7, il est donc différent de celui de $789\,654\times 279\,789$ qui est 6.

Je résous des problèmes simples

37 **a.** 23,4 cm

b. 29,25 cm

c. 60,8 cm

d. 70,4 cm

38 1 250 km.

On utilise l'échelle et on mesure la distance entre les deux avions. On a environ $3{,}7 : 1{,}5\times 500$, soit environ 31 233 km. On peut arrondir à environ 1 250 km.

39 **1.** 133,25 mm **2.** 215/**60**R16

40 **1.** $\frac{40}{24}=\frac{5}{3}$.

2. 3 tours à gauche, celle de droite en fait alors 5.

41 **1.** $\frac{1}{3}$ **2.** 39

3. Non, car 50 n'est pas divisible par 3.

42 Par exemple :

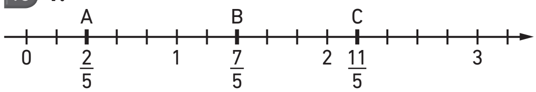
$\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$; $\frac{2}{1008}=\frac{4}{2016}$; $\frac{9}{12}=\frac{18}{24}$; $\frac{1}{252}=\frac{2}{504}$; $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$;

$\frac{1}{112}=\frac{2}{224}$; $\frac{1}{112}=\frac{3}{336}$; $\frac{1}{336}=\frac{2}{672}$; $\frac{1}{24}=\frac{2}{48}$; $\frac{1}{24}=\frac{3}{72}$.

■ Je travaille seul(e)

43 B. **44** C. **45** B. **46** A. **47** B.

48 **1.**



2. D'où $0<\frac{2}{5}<1$, $1<\frac{7}{5}<2$ et $2<\frac{11}{5}<3$.

49 $\frac{2}{3}\times 27=18$, 18 élèves mangent à la cantine.

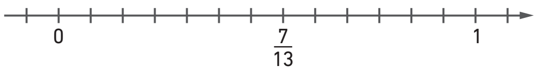
50 **a.** $\frac{3}{5}\times 45=27$ **b.** $\frac{3}{8}\times 18=\frac{27}{4}$ **c.** $17\times\frac{2}{11}=\frac{34}{11}$

d. $15\times\frac{2}{5}=6$ **e.** $\frac{1}{7}\times 7=1$ **f.** $\frac{25}{100}\times 84=21$

51 **a.** $9\times\mathbf{7}=63$ **b.** $3\times\mathbf{\frac{22}{3}}=22$ **c.** $7\times\mathbf{\frac{23}{7}}=23$

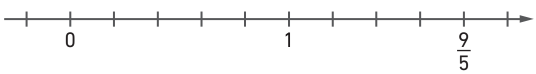
d. $7\times\mathbf{\frac{15}{7}}=15$ **e.** $18\times\mathbf{\frac{1}{2}}=9$ **f.** $21\times\mathbf{\frac{1}{3}}=7$

52



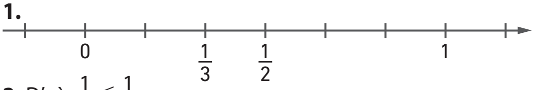
53 $A(5)$; $B\left(\frac{5}{2}\right)$; $C\left(\frac{10}{7}\right)$; $D\left(\frac{10}{3}\right)$; $E\left(\frac{1}{2}\right)$

54



55 **a.** $B\left(\frac{8}{9}\right)$ **b.** $B\left(\frac{4}{5}\right)$ **c.** $B\left(\frac{5}{3}\right)$ **d.** $B\left(\frac{5}{14}\right)$

56
1.



2. D'où $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

57 **a.** $\frac{5}{6}$ **b.** $\frac{1}{4}$ **c.** $\frac{1}{6}$ **d.** $\frac{1}{2}$ **e.** $\frac{3}{2}$ **f.** $\frac{16}{15}$ **g.** $\frac{1}{50}$

58 **a.** 15 est divisible par 3 et 5 ;
b. 360 est divisible par 2 ; 3 ; 5 et 10 ;
c. 345 est divisible par 3 et 5 ;
d. 159 est divisible par 3 ;
e. 72 est divisible par 2 et 3 ;
f. 98 est divisible par 2.

59 **a.** 100 ; 102 ; 104 ; et ainsi de suite de 2 en 2 jusqu'à 150.
b. 102 ; 105 ; 108 ; et ainsi de suite de 3 en 3 jusqu'à 150.
c. 100 ; 105 ; 110 ; et ainsi de suite de 5 en 5 jusqu'à 150.
d. 102 ; 108 ; 114 ; et ainsi de suite de 6 en 6 jusqu'à 150.

60 **a.** $\frac{26}{\mathbf{12}} = \frac{13}{6}$ **b.** $\frac{\mathbf{95}}{\mathbf{15}} = \frac{19}{3}$ **c.** $\frac{\mathbf{63}}{27} = \frac{7}{3}$ **d.** $\frac{17}{\mathbf{19}} = \frac{85}{95}$

61 **a.** $\frac{1\,250}{10}$ **b.** $\frac{7}{100}$ **c.** $\frac{5\,400}{10}$ **d.** $\frac{9}{1000}$
e. $\frac{720}{10}$ **f.** $\frac{17\,964}{1000}$

62 **a.** $\frac{157}{100}$ **b.** $\frac{170}{3}$ **c.** $\frac{60}{25}$ **d.** $\frac{3\,447}{110}$
e. $\frac{59}{101}$ **f.** $\frac{100}{75}$

63 **a.** $\frac{150}{100}$ **b.** $\frac{654}{100}$ **c.** $\frac{5\,426}{1\,000}$ **d.** $\frac{95\,402}{10\,000}$

64 **a.** $\frac{1\,735}{100}$ **b.** $\frac{200\,008}{1000}$ **c.** $\frac{314}{100}$

65 **a.** Tableau n° 2 (couleur saumon).
b. Égalité n° 2 (couleur rose).

66 **1.** $A \times 15 = 7 \times 5$.
2. $A = \frac{7}{3}$.

67 **a.** $\frac{21}{42} = \frac{9}{18}$ **b.** $\frac{54}{27} = \frac{46}{23}$ **c.** $\frac{27}{81} = \frac{17}{51}$ **d.** $\frac{98}{49} = \frac{14}{7}$
Il existe d'autres égalités.

68 **a.** Vrai **b.** faux **c.** vrai **d.** faux **e.** faux

69 **a.** $2 \times 8 \neq 7 \times 3$ **b.** $5 \times 11 \neq 4 \times 6$ **c.** $3 \times 3 \neq 2 \times 4$
d. $1 \times 23 \neq 2 \times 12$

70 $E = \frac{2\,546 \times 9\,030}{3\,612} = 6\,365$.

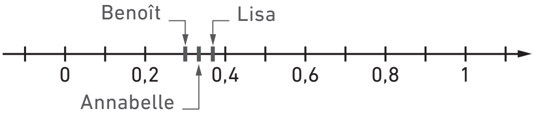
71 **a.** $\frac{15}{16} = \frac{\mathbf{45}}{48}$ **b.** $\frac{6}{45} = \frac{2}{\mathbf{15}}$ **c.** $\frac{\mathbf{4}}{13} = \frac{12}{39}$ **d.** $\frac{78}{\mathbf{30}} = \frac{13}{5}$

72 1 kg coute 2,40 € donc 5 kg coutent 12 €.

73 $\frac{13\,246 \times 90}{1\,790} = 666$.
Le trajet va couter 666 €.

Je résous des problèmes

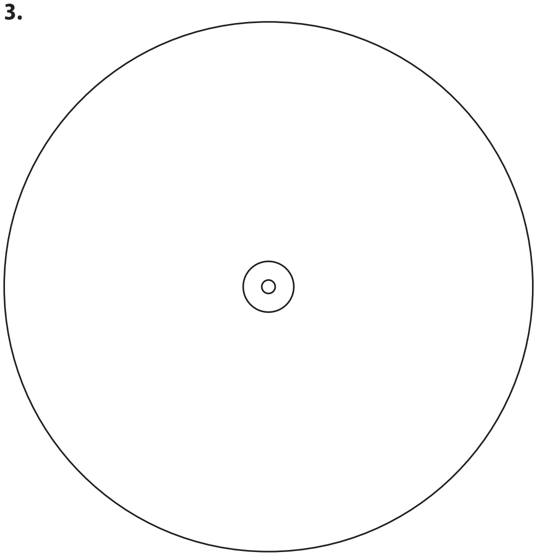
74 **1.** Annabelle : 500 € ; Benoit : 450 € et Lisa : 550 €.
2. $\frac{550}{1500} = \frac{11}{30}$
3. Figure



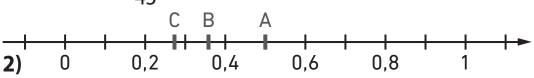
4. Lisa aura le plus d'argent, Benoit le moins.

75 0,12 et $\frac{6}{50}$

76 **1.** 1 720 km
2. 70 070 km
3.



77 **1.** A : 50 km/h : $\frac{1}{2}$
B : 90 km/h : $\frac{5}{14}$
C : 130 km/h : $\frac{12}{43}$



2)

78 **1.** Non. Ce sont deux nombres entiers consécutifs.
2. a. Oui, par exemple 1,51.
b. On peut en trouver autant que l'on veut.
3. a. $\frac{17{,}5}{20}$
b. $\frac{35}{40}$
c. Autant que l'on veut.

79 $\frac{11}{935}$: $231 \times 4 = 924$, on ajoute 11 g ce qui donne 934 g au total. Le sachet de levure représente 11 g parmi ces 935 g.

80 **a.** $\frac{153}{255}$ **b.** $\frac{105}{60}$ **c.** $\frac{198}{234}$

81 **a.** Vrai, car $\frac{4}{5}=\frac{80}{100}$.

b. Vrai, car $\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$.

c. Faux, il y en a 19 %, soit moins d'un quart.

82 **1.** 25

2. 24 %

83 **1.** Oui

2. 14 heures

3. $\frac{7}{11}$

84 **1.** $\frac{1}{3}$

2. 21, 24 ou 27.

85 **1.** 150 pas

2. $\frac{120}{150}$, soit $\frac{4}{5}$.

86 **1.** $\frac{28\,000}{17\,500}=\frac{3\,500\times 8}{3\,500\times 5}=\frac{8}{5}$

2. 25 200 mph

3. 1 600 m

Dans les autres matières

87 **1. a.** Un setier $=\frac{1}{9}$ quartaut.

b. Une chopine $=\frac{1}{2}$ setier.

c. Une chopine $=\frac{1}{18}$ quartaut.

2. $\frac{1}{6}$

88 $\frac{3}{4}\times 38\,387=28\,790{,}25$, soit environ 28 790 points.

89 **1.** $\frac{6}{9}+\frac{5}{81}=\frac{59}{81}$.

2. a. $\frac{6}{9}+\frac{2}{36}=\frac{13}{18}$ **b.** $\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$

Jeux mathématiques

90 $\frac{2}{3}<\mathbf{\frac{3}{4}}<\frac{4}{5}$; $\frac{3}{5}<\mathbf{\frac{2}{3}}<\frac{67}{100}$; $\frac{5}{11}<\mathbf{\frac{1}{2}}<\frac{6}{11}$;

$45<\mathbf{\frac{91}{2}}<46$; $\frac{9}{7}<\mathbf{\frac{37}{28}}<\frac{19}{14}$;

$0{,}2<\mathbf{\frac{1}{4}}<0{,}3$; $\frac{7}{3}<\mathbf{\frac{5}{2}}<3$ ou $\frac{7}{3}<\mathbf{\frac{8}{3}}<3$;

$\frac{9}{10}<\mathbf{\frac{19}{20}}<1$; $2<\mathbf{\frac{8}{3}}<3$ ou $2<\mathbf{\frac{5}{2}}<3$;

$\frac{7}{2}<\mathbf{\frac{15}{4}}<4$.

91 Jeu à faire avec les élèves de la classe.

92 Par exemple : $\frac{143}{221}=\frac{209}{323}$.

93 6 kg.

Devoirs à la maison

94 **1.** 20 %.

2. $30{,}9\,\%=\frac{30{,}9}{100}\approx\frac{1}{3}$.

3. $\frac{301}{425}$, soit environ 0,708, ce qui est très proche de 71,1 %.

95 **1.**17 n'est pas divisible par 3.

2. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{9}{18}+\frac{6}{18}+\frac{2}{18}=\frac{17}{18}$.

On prend la 18e vache pour faire le partage. Ce partage n'utilise que 17 vaches, on peut donc rendre la 18e vache à la fin.

Avec un logiciel

Activité 1. Les licences sportives des Français

• ***Considérations didactiques et mise en pratique***

Cette activité permet à partir de données réelles de mettre en œuvre des calculs et des mises en forme de cellules sur tableur.

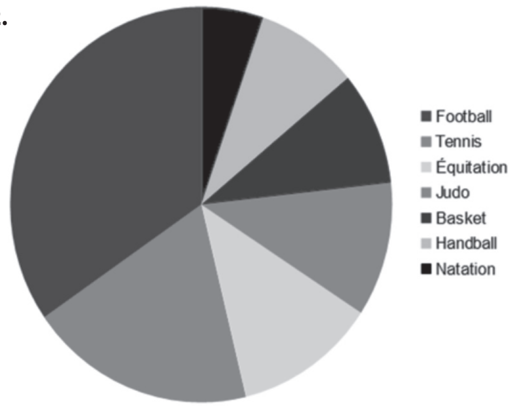
En particulier, l'écriture sous forme de fraction proposée par ce type de logiciel.

On est ici sur l'usage et la compréhension d'un tableau.

• ***Correction***

1. Voir fichier tableur corrigé sur le site compagnon.

2.



3. a. Vrai.

b. Vrai : $\frac{1}{8}=12{,}5\,\%$ et on a 12,03 %.

c. Faux

4. $\frac{695}{5778}\approx 0{,}1202$.

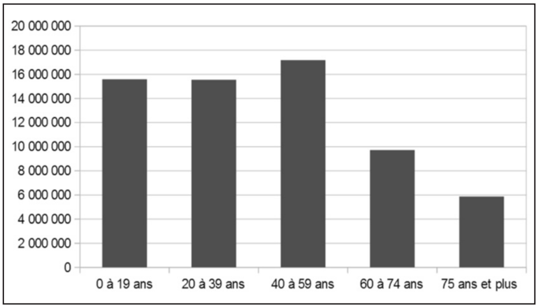
Activité 2. La population française

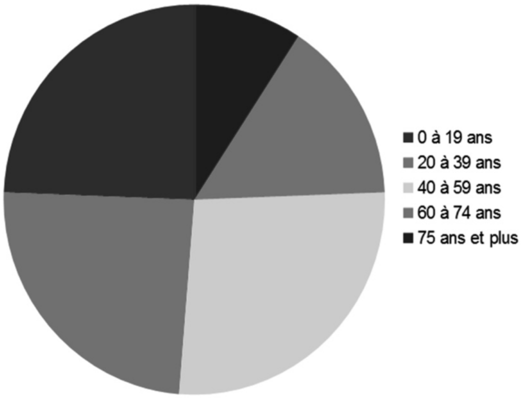
• ***Considérations didactiques et mise en pratique***

Dans le même esprit que l'activité précédente, celle-ci prolonge avec la réalisation de graphiques à partir de données fournies dans un tableau.

On pourra alors s'interroger sur la pertinence de tel ou tel mode de représentation graphique.

• Correction





Il s'agit des 40 à 59 ans.

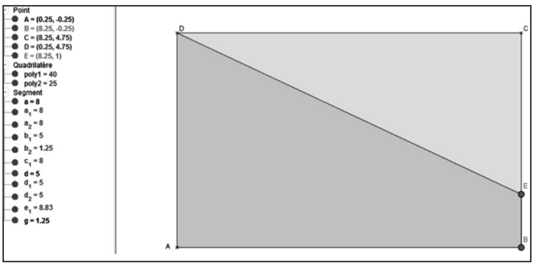
Activité 3. Rectangle et aire

• Considérations didactiques et mise en pratique

Les logiciels de géométries dynamiques permettent eux-aussi d'utiliser des fractions. Cela amène une modélisation qui facilite la compréhension et la prise de décision face à des questionnements posés dans une situation problème.

• Correction

Voir fichier corrigé sur le site compagnon.



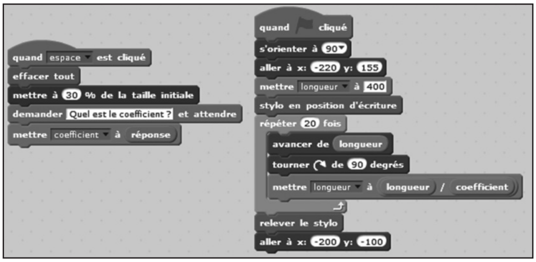
Activité 4. La spirale infernale

• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette activité permet la mise en œuvre de plusieurs notions indissociables de l'algorithmique : l'initialisation, la variable et une forme de boucle.

Ce type de travail permet une vérification immédiate et ainsi, si cela est nécessaire, il est possible de réfléchir aux erreurs faites. L'analyse d'un programme est riche pour les apprentissages et l'appropriation des mécanismes de programmation.

• Correction



■ Tâches complexes

1. La révolution TGV

Il y a un effet « rapprochant » facilitant les déplacements (loisirs, entreprises). En mesurant sur la carte, on peut obtenir la fraction correspondant à:

$$\frac{\text{durée du trajet en TGV en 2015}}{\text{durée du trajet en train en 2006}}.$$

Lyon : $\frac{1{,}1}{2{,}2}$, soit $\frac{1}{2}$.

La durée du trajet Lyon-Paris est divisée pratiquement par 2 (multipliée par $\frac{1}{2}$).

Toulon : $\frac{2{,}8}{4} = \frac{28}{40}$, soit $\frac{7}{10}$.

Colmar : $\frac{3}{2{,}2} = \frac{30}{22} = \frac{15}{11}$.

Rennes : $\frac{1{,}2}{2} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

Lille : $\frac{0{,}4}{1{,}2} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

2. Paris-Lyon : 392 km en 2 h soit 196 km/h. Prenons cette vitesse comme vitesse de référence pour une ligne à grande vitesse, y compris Paris-Bordeaux.

Le trajet Paris-Bordeaux se décompose en Paris-Tours en TGV puis Tours-Bordeaux en train « classique ».

Paris-Tours : 205 km soit 1h 03 min. Il reste donc 2h12 min pour 295 km, soit environ 134 km/h sur ce tronçon : 2h12min = 2,2h et $\frac{295}{2{,}2} \approx 134$.

2. Les DUDU et le dentifrice

Les deux premiers ingrédients de la liste donnant la composition du dentifrice sont-ils forcément supérieurs à un tiers du produit ?

La réponse est non. Pour le prouver, il suffit de trouver un contre-exemple : si l'eau représente 70% du produit, le deuxième ingrédient sur la liste (sorbitol) ne fera pas un tiers !

Il n'y a donc pas obligation à répartir de façon identique les composants.

chapitre 3

Nombres relatifs

I. Le programme

Thème A – Nombres et calculs

Au cycle 4, les élèves consolident le sens des nombres et confortent la maitrise des procédures de calcul. Les différentes composantes de ce thème sont reliées entre elles. Les élèves manipulent des nombres rationnels de signe quelconque. Ils prennent conscience du fait qu'un même nombre peut avoir plusieurs écritures (notamment écritures fractionnaire et décimale). Les élèves abordent les bases du calcul littéral, qu'ils mettent en œuvre pour résoudre des problèmes faisant intervenir des équations ou inéquations du premier degré. À l'occasion d'activités de recherche, ils peuvent rencontrer la notion de nombres irrationnels, par exemple lors d'un travail sur les racines carrées.

Attendus de fin de cycle

- Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes
- Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers
- Utiliser le calcul littéral

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes	
■ **Utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée) ; passer d'une représentation à une autre*.** – **Nombres décimaux.** – **Nombres rationnels (positifs ou négatifs), notion d'opposé.** – Fractions, fractions irréductibles, cas particulier des fractions décimales. – Définition de la racine carrée ; les carrés parfaits entre 1 et 144. – Les préfixes de nano à giga.	■ Rencontrer diverses écritures dans des situations variées (par exemple nombres décimaux dans des situations de vie quotidienne, notation scientifique en physique, nombres relatifs pour mesurer des températures ou des altitudes). ■ Associer à des objets des ordres de grandeurs (par exemple, la taille d'un atome, d'une bactérie, d'une alvéole pulmonaire, la longueur de l'intestin, la capacité de stockage d'un disque dur, la vitesse du son et de la lumière, la population française et mondiale, la distance de la Terre à la Lune et au Soleil, la distance du Soleil à l'étoile la plus proche). ■ Prendre conscience que certains nombres ne sont pas rationnels.
■ **Comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels.** ■ **Repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée.** – **Ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire.** – Égalité de fractions.	■ Montrer qu'il est toujours possible d'intercaler des rationnels entre deux rationnels donnés, contrairement au cas des entiers.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes	
■ **Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté.** ■ **Calculer avec des nombres relatifs, des fractions ou des nombres décimaux (somme, différence, produit, quotient).** ■ **Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.** ■ Effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances, notamment en utilisant la notation scientifique. – Définition des puissances d'un nombre (exposants entiers, positifs ou négatifs).	■ Pratiquer régulièrement le calcul mental ou à la main, et utiliser à bon escient la calculatrice ou un logiciel. ■ Effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes (par exemple, comparer des consommations d'eau ou d'électricité, calculer un indice de masse corporelle pour évaluer un risque éventuel sur la santé, déterminer le nombre d'images pouvant être stockées sur une clé USB, calculer et comparer des taux de croissance démographique).

** En **gras** : ce qui est traité dans ce chapitre.*

II. Contexte du chapitre

Ce chapitre est l'occasion pour les élèves de rencontrer pour la première fois, du moins en mathématiques, des nombres relatifs et en particulier les nombres négatifs. Il comprend donc une partie approche et découverte de ces nouveaux nombres qu'il est important de ne pas négliger afin que les élèves comprennent bien la nécessité des nombres relatifs et de leur structure.
C'est la première fois pour les élèves que les signes « + » et « – » ne sont plus toujours associés à une opération à effectuer. L'ambiguïté va grandir tout au long du chapitre ; il faudra donc clarifier rapidement la situation pour les élèves. Les deux significations de ces signes doivent être explicitées et utilisées. En effet, l'une ou l'autre ont et auront leur utilité suivant les situations proposées tout au long du collège. C'est donc aider les élèves que de les amener à gérer au mieux cette ambiguïté naissante autour des signes « + » et « – ».
Par ailleurs, il nous est apparu opportun d'inclure dans ce chapitre les notions de repérage sur une droite ou dans un plan qui permettent une utilisation rapide et directe de ces nouveaux nombres.

III. Ressources disponibles sur le site compagnon

Avant de commencer	■ Un QCM interactif pour faire le point
Cherchons ensemble	■ Fichiers textes modifiables des activités
Objectif 1 **Objectif 2** **Objectif 2** **Objectif 3**	■ Vidéo « *Je comprends* » : Découvrir les nombres relatifs ■ Vidéo « *Je comprends* » : Placer des nombres relatifs sur une droite graduée ■ Vidéo « *Je comprends* » : Placer des points dans un repère ■ Vidéo « *Je comprends* » : Effectuer des additions et soustractions de nombres relatifs
Je travaille seul(e)	■ Un QCM interactif pour faire le point sur le cours
Avec un logiciel	Pour aider à la correction en vidéo-projection : ■ Activité 1 : Tableur ■ Activité 2 : Tableur ■ Activité 3 : Figure dynamique ■ Activité 4 : Programme Scratch Pour que les élèves travaillent en autonomie : ■ Fiches logiciel (GeoGebra et Tableur) et leurs tutoriels vidéo
Les problèmes DUDU	■ Vidéo : Une semaine mouvementée

IV. Corrections et intentions pédagogiques

■ Cherchons ensemble

Activité 1. Découvrir les nombres relatifs

• *Considérations didactiques et mise en pratique*

Cette première activité a pour objectif de faire ressentir la nécessité des nombres relatifs. À partir d'un jeu où des pions se déplacent sur une droite graduée, les élèves vont devoir proposer un code permettant de décrire à chaque instant la position de chacun des pions. Il est possible que le codage avec des nombres relatifs soit proposé par des élèves, car ces nombres existent autour d'eux (températures, etc.) mais le plus important est qu'ils comprennent la nécessité de trouver un codage contenant deux informations, la distance par rapport au départ et la direction.

• *Correction*

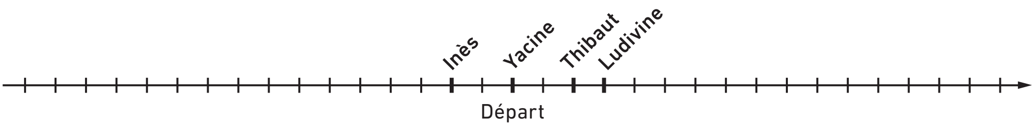
1. Après le premier tour, Inès est en tête. Après le second tour, Yacine est en tête.

2. a. (voir schéma)

b. Inès est 2 graduations avant le départ, Yacine est sur le départ, Thibaut est 2 graduations après le départ et Ludivine est 3 graduations après le départ.

c. Inès (–2) ; Yacine (0) ; Thibaut (+2) et Ludivine (+3) ou toute autre façon qui prend en compte la distance depuis le départ et le sens.

3. Si on code avec des nombres relatifs, c'est le signe qui permet de différencier les positions d'Inès et de Thibaut.



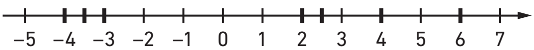
Activité 2. Placer et comparer les nombres relatifs

• *Considérations didactiques et mise en pratique*

En s'appuyant à nouveau sur les connaissances des élèves sur les droites graduées, l'objectif de cette activité est de faire ressortir les règles de comparaison des nombres relatifs dans les différents cas de figure : les nombres de même signe et les nombres de signes contraires. Dans cette distinction, les élèves seront amenés à distinguer deux autres cas : les nombres sont tous les deux positifs ou les nombres sont tous les deux négatifs.

• *Correction*

1.



2. a. (+ 4) > (– 3) **b.** (+ 6) > (+ 4)
c. (– 3) > (– 4) **d.** (– 3,5) < (– 3)
e. (+ 2) < (+ 2,5) **f.** (– 4) < (– 3,5)
g. (– 4) < (+ 4) **h.** (– 4) < (+ 2,5)

3. a. De deux nombres relatifs de signes contraires, le plus grand est le positif.

b. De deux nombres relatifs **positifs**, le plus grand est celui qui a la plus grande distance à zéro.
De deux nombres relatifs **négatifs**, le plus grand est celui qui a la plus petite distance à zéro.

Activité 3. Effectuer la somme de nombres relatifs

• *Considérations didactiques et mise en pratique*

Nous avons choisi, pour aborder l'addition de nombres relatifs, de nous baser sur un modèle de gains et de pertes. Ce modèle permettra de servir de référence tout au long de l'apprentissage en classe de cinquième. À la fin de l'activité devront être dégagées et formulées les règles permettant d'additionner des nombres relatifs dans différents cas de figure.

• *Correction*

1. a. (+3) → (+1) → (–4) → (+4) → (+1) permet de terminer avec 5 pièces d'or de plus qu'au départ.
b. (+3) → (–4) → (–4) → (+4) → (+1) permet de terminer avec autant de pièces d'or qu'au départ.

2. a. (+ 4) + (+ 5) = **(+9)**. **b.** (+ 11,3) + (+ 7) = **(+18,3)**.
c. (– 7) + (– 12) = **(–19)**. **d.** (– 5) + (– 4,2) = **(–9,2)**.
e. (+ 8) + (– 5) = **(+3)**. **f.** (– 2) + (+ 9) = **(+7)**.
g. (– 11) + (+ 6) = **(–5)**. **h.** (+ 8,5) + (– 13,5) = **(–5)**.

3. a. Le signe de la somme de deux nombres relatifs est le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro.
b. Si deux nombres relatifs ont le même signe, alors leur somme a pour distance à zéro la somme des distances à zéro des deux nombres.
Si deux nombres relatifs ont des signes différents, alors leur somme a pour distance à zéro la différence des distances à zéro des deux nombres.

Activité 4. Effectuer la différence de nombres relatifs

• *Considérations didactiques et mise en pratique*

Cette activité a pour but de faire apparaitre et expliquer une méthode permettant de soustraire deux nombres relatifs. Cette méthode sera explicitée sur un exemple, mais cela peut avoir la valeur d'un certain niveau de preuve du côté des élèves. On pourra donc le traiter comme tel.

• *Correction*

1. a. On ajoute (+9) + (–9) qui est égal à zéro et qui ne change donc rien au résultat final.
b. (+ 7) – (– 9) = (+ 7) + (+ 9), car (–9) – (–9) = 0.

2. a. (+ 12) – (– 6) = (+18) **b.** (+ 4) – (+ 7) = (–3)

c. (– 11) – (+ 8) = (–19)   **d.** (– 8) – (– 5) = (–3)

3. Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé.

■ Objectif 1. Utiliser les nombres relatifs

Je m'entraine

1 **a.** (+2) et (–2)
b. Le football et le handball pour le goal-average dans les classements.
c. (–5,7)

2 +4 °C   –3 °C   +25 °C   –12 °C

3 **a.** Vrai **b.** Faux **c.** Faux **d.** Vrai **e.** Faux **f.** Vrai

4 « Hier, il a fait très froid, il faisait –25 °C. »
« Le fleuve a largement dépassé sa cote d'alerte, il est à +10 mètres par rapport à son niveau habituel. »

5 Nombres positifs : +8   0   +3,5   +0,9 $+\frac{4}{7}$ +125

Nombres négatifs : –7   –5   0 $-\frac{1}{3}$ –12

6 **1.** (–5) et (+5)   **2.** (+4) et (+8)   **3.** (–7) et (+9)

7 **a.** 0 °C   **b.** +100 °C   **c.** +37 °C   **d.** +38,5 °C
e. –18 °C   **f.** –273,15 °C   **g.** –196 °C

Je résous des problèmes simples

8 **a.** Cela signifie que je suis à découvert, c'est-à-dire que je dois 563 € à la banque.
b. Dans la course, l'arrivée était à une altitude plus grande de 542 mètres par rapport à celle du départ.
c. À la mi-temps, nous avions marqué 2 buts de moins, mais à la fin du match, nous avons gagné, car nous avions marqué 3 buts de plus que nos adversaires.
d. En vacances, au soleil, les températures étaient de 35 °C, mais de retour chez moi il faisait moins de 0 °C.

9 L'Américain doit appuyer sur le bouton (3).
L'Espagnol doit appuyer sur le bouton (–2).
Le Français doit appuyer sur le bouton (0).

10 **1.** Les nombres relatifs de la dernière ligne expriment la différence entre le nombre de points marqués et le nombre de points encaissés.
2. Quand elle aura marqué moins de points que ce qu'elle aura encaissé.
3. Une équipe peut obtenir « 0 » si elle marque autant de points que ce qu'elle encaisse.

11 **1.** En 1962, 1970 et 1984, l'écart à la moyenne a été aux alentours de –2 °C.
2. En 2011, l'écart à la moyenne a été aux alentours de +2 °C.
3. Ce graphique semble montrer que la température moyenne augmente ces dernières années par rapport à la moyenne.

12 **1.** Longitude positive : trois villes parmi Paris, Limoges, Toulouse, Marseille, Lyon et Strasbourg.
Longitude négative : Brest, Nantes, Caen, Bordeaux.
2. Les longitudes sont comprises entre –5° et +10° et les latitudes entre +40° et +55°.
3. Londres : Longitude : 0° et Latitude : 51,5°

■ Objectif 2. Repérer des nombres relatifs sur une droite graduée et les comparer

Je m'entraine

13 **a.** Faux. (–3,5) est un contre-exemple.
b. Vrai.
c. Faux. (+2,5) est un contre-exemple.
d. Faux. (+1,5) est un contre-exemple.

14 A(+3)   B(–1)   C(–4)   D(+5)   E(+6)

15 A(–2)   B(+6)   C(–6)   D(+4)   E(–10)

16 A(–0,5)   B(–1)   C(+1,5)   D(–2,5)   E(+2)

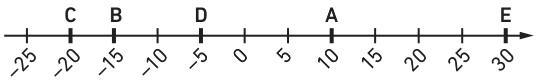
17 A(+10)   B(–10)   C(–15)   D(+15)   E(+25)

18 $(-4) < (-3) < (-2{,}8) < (-2{,}75) < (+3{,}75) < (+3{,}9) < (+4)$

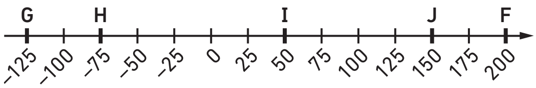
19 $(+6{,}2) > (+6{,}12) > (+5{,}74) > (-7{,}019) > (-7{,}03) > (-7{,}19) > (-7{,}2)$

20 $+2 < A < +3$ $-2 < B < -1$ $+4 < C < +5$
$-4 < D < -3$ $-7 < E < -6$

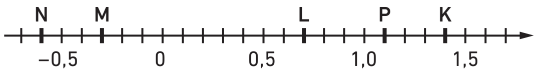
21



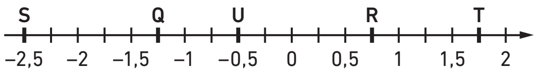
22



23

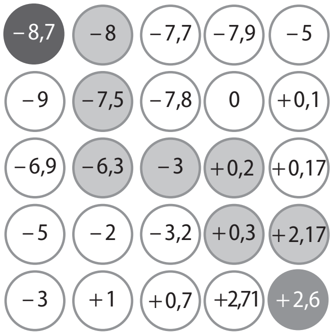


24



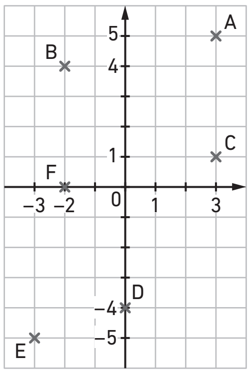
Je résous des problèmes simples

25



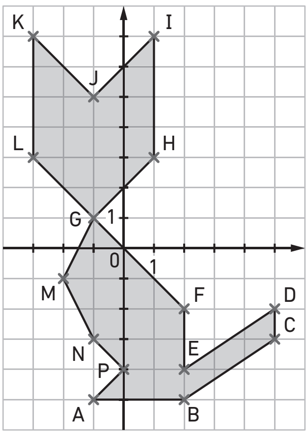
26 **1.** B (+4 ; +1) C (–3 ; +2) D (+3 ; 0) E (–2 ; –1)
F (0 ; –3) G (+4 ; –3) O (0 ; 0)
2. Son abscisse est négative et son ordonnée est positive.
3. Les points dont l'ordonnée est négative, se situent sous l'axe des abscisses.

27 **1.**



2. Deux points, D et F.

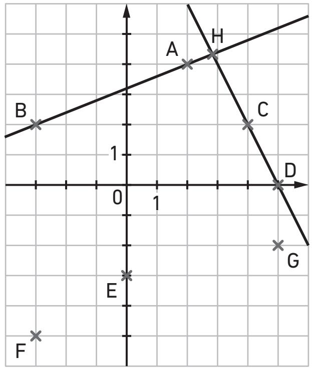
28 **1. et 2.**



3. Cette ligne brisée représente un chat.

29 **1. a.** B et F ont la plus petite abscisse : –3.
b. D et G ont la plus grande abscisse : +5.
c. F a la plus petite ordonnée : –5.
d. A a la plus grande ordonnée : +4

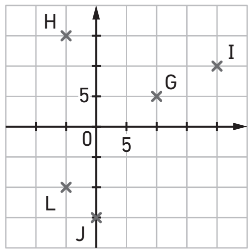
2. a., b. et c.



On trouvera environ H (+2,8 ; +4,3).

30 **1.** Neptune (–220 °C) < Uranus (–200 °C) < Saturne (–160 °C) < Jupiter (–145°C) < Mercure (–80 °C) < Mars (–53 °C) < Terre (12 °C) < Vénus (470 °C)
2. La Terre fait partie des planètes les plus chaudes.

31



■ Objectif 3. Effectuer la somme et la différence de nombres relatifs

Je m'entraine

32 **a.** (–14). **b.** (+12).
c. A = (–15) et B = (– 17) donc $A > B$. **d.** 5.

33 **a.** (+12). **b.** (–13). **c.** (+9). **d.** (–3). **e.** (–7).
f. (+5). **g.** 0. **h.** (+27). **i.** (–15). **j.** 0.

34 **a.** (**+5**) + (+ 3) = (+ 8). **b.** (+ 7) + (**–5**) = (+ 2).
c. (**–13**) + (+ 5) = (– 8). **d.** (– 5) + (**–7**) = (– 12).
e. (**+4**) + (– 7) = (– 3). **f.** (– 4) + (**+12**) = (+ 8).

35 **a.** A = (+6). **b.** B = (+9). **c.** C = (–10).
d. D = (+34). **e.** E = (–8).

36 **a.** (+2). **b.** (+21). **c.** (–9). **d.** (+24). **e.** (+27).
f. (–15). **g.** (–13). **h.** 0. **i.** (+5). **j.** (–4).

37 **a.** (+ 12) – (**+4**) = (+ 8). **b.** (**–2**) – (+ 9) = (– 11).
c. (**–8**) – (– 8) = 0. **d.** (– 20) – (**+9**) = (– 11).
e. (**+3**) – (+ 9) = (– 6). **f.** (– 5) – (**–14**) = (+ 9).
g. (**+5**) – (– 11) = (+ 16). **h.** (+ 17) – (**–6**) = (+ 23).

38 **a.** $I = (+3)$. **b.** $J = (+5)$. **c.** $K = (+14)$.

39 **a.** $M = (+1)$. **b.** $N = (-21)$. **c.** $P = (+5)$.

Je résous des problèmes simples

40 **a.**

+13
+1 | +12
−2 | +3 | +9
−7 | +5 | −2 | +11

b.

+5
−5 | +10
−2 | −3 | +13
−7 | +5 | −8 | +21

41 **a.** $A = 14$ **b.** $B = -7$ **c.** $C = -23$ **d.** $D = -15$

42 $A = -4$ $B = -7$ $C = -3$ $D = 11$ $E = -1$ $F = -11{,}7$
Cinq sont négatives et une seule est positive.

43 $T = 14$ $E = 8$ $O = -2$ $C = -100$ $L = 0$ $H = -3{,}5$
CHOLET

44 **1. a.** $A = 5$ **b.** $B = -2$ **c.** $C = 2$
d. $D = -16$ **e.** $E = -4$ **f.** $F = -4$
2. L'expression qui donne le résultat le plus grand est : *A*.
L'expression qui donne le résultat le plus petit est : *D*.

45 Le village du Grand-Bornand se trouve à 948 m d'altitude.

46 Il reste 9 € à Sarah.

47 $R = 0$ $S = -10$ $T = 0$.
L'intrus est donc *S* qui n'est pas égal à 0.

Je travaille seul(e)

48 C **49** C **50** A **51** A **52** B

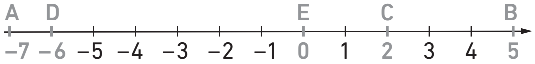
53 Les températures, le goal-average dans le sport, les comptes des banques… s'expriment avec des nombres positifs et négatifs.

54 Les nombres relatifs expriment des dépenses d'argent.

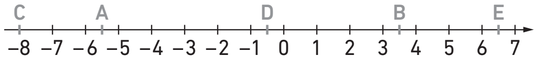
55 Fondation de Rome (–753 av J.-C.)
Assemblage du Coran (650)
Jeanne d'Arc délivre Orléans (1429)
Déclaration des droits de l'homme (1789)
Invention de l'écriture (–3 000 av J.-C.)
Naissance de Facebook (2004)

56 **a.** A(+2), B(–4), C(–1) et D(–5).
b. A(0), B(+0,25), C(–0,75) et D(–1,25).
c. A(–50), B(+150), C(–150) et D(–200).

57



58



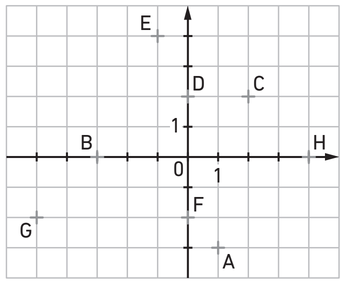
59 $(-9) < (-6) < (-5) < (-3) < (+1) < (+2) < (+7)$

60 $(+8) > (+6{,}5) > (+6{,}45) > (-3{,}75) > (-3{,}78) > (-3{,}8) > (-4)$

61 **a.** $(+3) > (-7)$ **b.** $(-3{,}5) > (-3{,}6)$
c. $(+6{,}2) > (+5{,}9)$ **d.** $(-2{,}15) > (-2{,}2)$
e. $(+5{,}250) = (+5{,}25)$ **f.** $(-6{,}4) < (-4{,}6)$

62 A(+3 ; +1), B(–2 ; +3), C(–1 ; –2) et D(+2 ; –1).

63



64 **a.** (+1) **b.** (–10) **c.** (–7) **d.** (+13)
e. (–0,2) **f.** (+3,9) **g.** 0 **h.** (–1,75)
i. (+3,35) **j.** (–1,61)

65 **a.** $A = 0$ **b.** $B = 0$ **c.** $C = (+2)$ **d.** $D = (+7)$

66 **a.** $A = (-6{,}9)$ **b.** $B = (-12{,}6)$
c. $C = (-5{,}15)$ **d.** $D = (-5{,}23)$
e. $E = (-5{,}47)$ **f.** $F = (-3{,}7)$

67 **a.** (+9) **b.** (–7) **c.** (–8) **d.** (+14)
e. (+13,2) **f.** (+13,4) **g.** (–8,75) **h.** (–5,48)
i. (+3,65) **j.** 0

68 On calcule $6 - (-4) = 10°$. Il y a 10° d'écart entre la ville la plus chaude et la ville la plus froide.

69 **a.** $A = (-2)$ **b.** $B = (-10)$
c. $C = (-17{,}4)$ **d.** $D = (-10{,}8)$

70 **a.** $A = (+4)$ **b.** $B = (-1)$
c. $C = (-5{,}5)$ **d.** $D = (-5{,}6)$

71 **a.** $A = (10{,}1)$ **b.** $B = (-0{,}2)$
c. $C = (+227)$ **d.** $D = (+713)$

72 **a.** $A = -3$ **b.** $B = -5$
c. $C = -18$ **d.** $D = -21$
e. $E = -6{,}8$ **f.** $F = 12{,}6$

Je résous des problèmes

73 –8,142

74 **a.** (–5) + (+4) + (–3) + (+2) = (–2).
b. (+5) + (+4) + (–3) + (+2) = (+8).
c. (–5) + (+4) + (+3) + (–2) = 0.

75 **a.** (+3) + (–7) + (+5) – (–1) = (+2).
b. (+ 3) – (– 7) – (+ 5) + (– 1) = (+ 4).
c. (+ 3) + (– 7) – (+ 5) – (– 1) = (– 8).

76 $A = 10$ $B = 10$ $C = 10$ $D = -11$.
C'est D l'intrus, car il n'est pas égal à 10.

77 **a.** $A = \frac{1}{8}$ **b.** $B = -\frac{11}{6}$ **c.** $C = \frac{3}{10}$
d. $D = -\frac{8}{3}$ **e.** $E = -\frac{32}{7}$ **f.** $F = -\frac{151}{22}$

78

a	b	b	$a+b+c$	$a-b+c$	$a+b-c$	$a-b-c$
3	9	5	17	–1	7	–11
–6	7	11	12	–2	–10	–24
8	–5	–7	–4	6	10	20
–7	–9	–2	–18	0	–14	4

79 **a.** (+15) – (–7) – (–7,6) + (+3,9) = 33,5.
b. (–7) – (+15) + (–7,6) – (+3,9) = –33,5.
c. (+15) + (–7) + (–7,6) – (+3,9) = –3,5.

80 **1.** **a.** –1 **b.** 2 **c.** –2 **d.** 3 **e.** –3
2. 1 – 2 + 3 – 4 + 5 – 6 + … + 999 – 1 000 = –500.
3. 1 – 2 + 3 – 4 + 5 – 6 + … + 9 997 – 9 998 + 9 999 = 5 000.
4. 1 – 2 + 3 – 4 + 5 – 6 + … + 197 – 198 + 199 = 100.

81 C'est faux, car (+8) + (–5) = (+3) qui est inférieur à (+8).

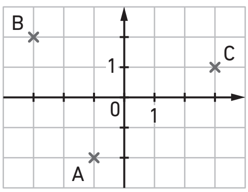
82 Une méthode experte consiste à additionner la somme et la différence, on obtient alors le double du premier nombre. Il suffit donc de diviser par 2 pour trouver le premier nombre. Il faut ensuite retrancher ce nombre à la somme des deux pour trouver le second.

83 K (– 5,5) et F (– 4,6) ou alors K (+2,9) et F (+2).

84 **1. a.** (+54) **b.** (–8) **c.** –61,5
2. D (+27)

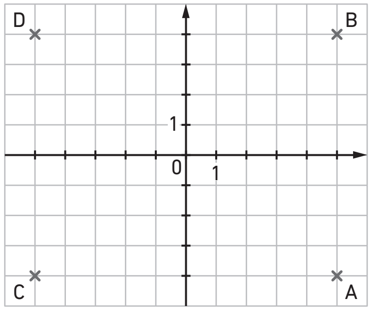
85 H (+11).

86 **1.**



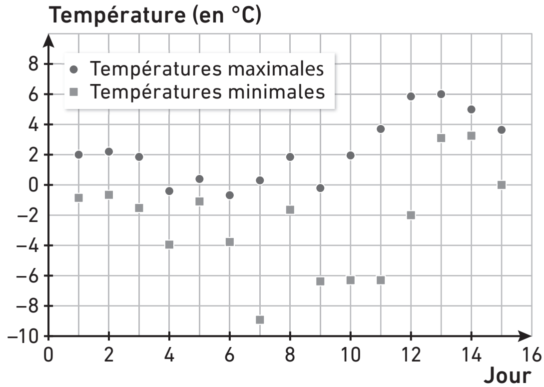
2. C (3 ; 1).

87 **1.**



2. B (5 ; 4).
3. C (–5 ; –4).
4. D (–5 ; +4).

88 **1. a. et b.**



2. Le jour 13 a été le plus chaud. Le jour 7 a été le plus froid.
3. 8 fois pour les maximales et 6 fois pour les minimales.

89 **1.** Les fuseaux horaires expliquent cela. Sur l'île de la Réunion il est 3 h de plus qu'en Métropole alors qu'en Guyane il est 4 heures de moins ou encore 5 heures de moins en Guadeloupe ou en Martinique.
2. Il y a 7 heures de décalage entre la Guyane et l'île de la Réunion.
3. Par exemple :
Aller : Départ : 12 h 00. Arrivée : 15 h 25 avec un vol durant 08 h 25.
Retour : Départ : 21 h 05. Arrivée : 10 h 00 (le lendemain) avec un vol durant 07 h 55.

Dans les autres matières

90 **1.** 30 °C = 86 °F. 15 °C = 59 °F. 0 °C = 32 °F.
–10 °C = 14 °F. –25 °C = –13 °F.
2. 80 °F ≈ 26,7 °C et 100 °F ≈ 37,8 °C.
3. a. Soustraire 32 et diviser par 1,8.
b. 100,4 °F = 38 °C. –4 °F = –20 °C. –58 °F = –50 °C.
392 °F = 200 °C.
c. 0 °C = 32 °F.
d. 100 °C = 212 °F.

91 **a.** $\boxed{+4} + 16 = 24 - \boxed{+4}$

b. $\boxed{-8} - 7 = -23 - \boxed{-8}$

c. $\boxed{-3} - (-5) = -1 - \boxed{-3}$

d. $\boxed{-7} + 7 = -7 - \boxed{-7}$

■ Jeux mathématiques

92

D	2	−4	−2	−1
−4	0	−1	−2	−2
1	2	4	4	−2
−5	−1	−2	5	−3
4	3	0	−1	A

93

7	**−6**	−7	**4**
−4	1	2	**−1**
0	**−3**	−2	**3**
−5	6	**5**	−8

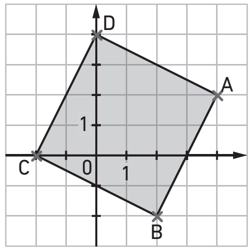
94 Voici les 11 possibilités :
- 1 + 2 + 34 − 5 + 67 − 8 + 9 = 100.
- 12 + 3 − 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100.
- 123 − 4 − 5 − 6 − 7 + 8 − 9 = 100.
- 123 + 4 − 5 + 67 − 89 = 100.
- 123 + 45 − 67 + 8 − 9 = 100.
- 123 − 45 − 67 + 89 = 100.
- 12 − 3 − 4 + 5 − 6 + 7 + 89 = 100.
- 12 + 3 + 4 + 5 − 6 − 7 + 89 = 100.
- 1 + 23 − 4 + 5 + 6 + 78 − 9 = 100.
- 1 + 23 − 4 + 56 + 7 + 8 + 9 = 100.
- 1 + 2 + 3 − 4 + 5 + 6 + 78 + 9 = 100.

95 −3,2 et −6,4.

■ Devoirs maison

96 **1.** 25,05 °C soit environ 25 °C.
2. −8,3 °C.
3. Environ 297 mètres.
4. La température diminue avec l'altitude dans l'atmosphère jusqu'à une altitude 11 000 m en moyenne (troposphère). Ensuite, dans la stratosphère, la température augmente avec l'altitude jusqu'à une altitude de 50 km, puis elle diminue ensuite avec l'altitude dans la mésosphère jusqu'à une altitude de 85 km environ où elle recommence à augmenter avec l'altitude.

97 **1. et 2.**



3. À vérifier sur la copie de l'élève.

■ Avec un logiciel

Activité 1. Relevé de compte

• Considérations didactiques et mise en pratique

Utiliser le tableur pour opérer sur les nombres relatifs dans le cadre classique d'un relevé de compte avec les crédits représentés par des nombres positifs et les débits représentés par des nombres négatifs.

• Correction

1. À vérifier sur l'ordinateur de l'élève.

	A	B	C	D
1	Relevé du mois de novembre			
2	Solde au 31/10	712,54 €		
3	Date	Libellé	Débits (en €)	Crédits (en €)
4	01-nov	Loyer	- 680,00 €	
5	03-nov	Courses	- 215,87 €	
6	08-nov	Retrait DAB	- 60,00 €	
7	05-nov	Allocations CAF		258,54 €
8	10-nov	Remboursement Sécurité Sociale		23,00 €
9	15-nov	Retrait DAB	- 80,00 €	
10	18-nov	Achat CB	- 124,12 €	
11	19-nov	Achat CB	- 53,45 €	
12	21-nov	Dépôt		200,00 €
13	22-nov	Electricité	- 84,00 €	
14	22-nov	Eau	- 32,00 €	
15	23-nov	Téléphone mobile	15,99 €	
16	23-nov	Internet	38,43 €	
17	30-nov	Salaire		1 542,12 €
18		TOTAUX	- 1 275,02 €	2 023,66 €
19	Solde au 31/11	1 461,18 €		

2. =SOMME(C4:C17)

3. =SOMME(D4:D17)

4. =B2+C18+D18

Activité 2. Football féminin

• Considérations didactiques et mise en pratique

Le but ici est d'utiliser le tableur pour manipuler des nombres relatifs dans un contexte de classement sportif et ainsi mieux comprendre le monde qui entoure les élèves.

• Correction

1. À vérifier sur l'ordinateur de l'élève.

2. =D2*4+E2*2+F2*1

3. =G2−H2

4. à **6**.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Equipe	Points	Joués	Gagnés	Nul	Perdus	Buts marqués	Buts encaissés	Différence
2	Lyon Fém.	**88**	22	22	0	0	147	6	**141**
3	Paris-SG Fém.	**82**	22	20	0	2	88	9	**79**
4	Juvisy Fém.	**67**	22	15	0	7	53	25	**28**
5	Montpellier Fém.	**66**	22	13	5	4	63	20	**43**
6	Guingamp Fém.	**64**	22	13	3	6	41	31	**10**
7	Soyaux Fém.	**48**	22	7	5	10	26	57	**-31**
8	Rodez Fém.	**46**	22	7	3	12	33	50	**-17**
9	Saint-Etienne Fém.	**44**	22	7	1	14	24	46	**-22**
10	Albi Fém.	**44**	22	7	1	14	21	65	**-44**
11	Metz Fém.	**41**	22	5	4	13	27	77	**-50**
12	Issy Fém.	**28**	22	1	3	18	13	75	**-62**
13	Arras Fém.	**28**	22	1	3	18	14	89	**-75**

Activité 3. Un dessin codé

• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette activité permet de travailler le repérage dans le plan. La première partie de l'activité pourrait se faire sans l'outil informatique, mais pour la seconde partie, il sera très facile ainsi de modifier la position d'un point et donc du dessin que vont produire les élèves. L'outil informatique pourra également permettre de contrôler les productions des élèves lorsqu'il y aura litige.

• Correction

À vérifier sur l'écran et le cahier de l'élève. (Voir fichier.)

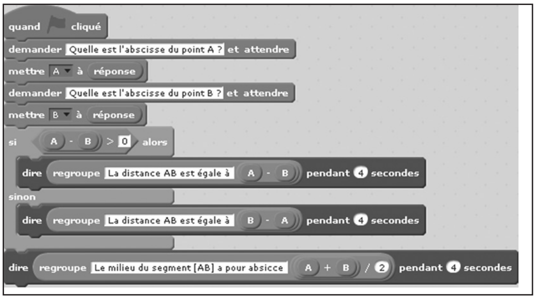
Activité 4. Programmer pour ne plus calculer

Considérations didactiques et mise en pratique

Le but de l'activité est de faire utiliser aux élèves leurs connaissances pour automatiser le calcul de la distance entre deux points par la soustraction de leurs abscisses. Si cette méthode est facilement compréhensible dans le cas où les abscisses sont positives, elle l'est beaucoup moins quand les abscisses sont négatives ou de signes contraires. La formaliser offrira une possibilité de programmation rapide et efficace. Il en est de même pour le calcul de l'abscisse du milieu d'un segment entre deux points par la moyenne des abscisses des deux points.

• Correction

1. à **6**.



7. La distance AB est égale à 32 et le milieu de [AB] a pour abscisse –21.

8. La distance AB est égale à 70 et le milieu de [AB] a pour abscisse 13.

■ Tâches complexes

1. Comment se repérer ?

À l'aide du site Google Maps, par exemple, on peut trouver :

• 48.858628 ; 2.294471 France Tour Eiffel
• 41.890430 ; 12.492252 Italie Colisée
• 55.752207 ; 37.617467 Russie Kremlin
• 37.176322 ; –3.588184 Espagne Alhambra
• 28.272598 ; –16.642487 Espagne (Canaries, Ténériffe) Volcan Teide
• –33.856662 ; 151.215291 Australie Opéra de Sydney

2. Les problèmes DUDU

Julien avait dépensé 30 € pour acheter la règle, puis il a gagné 40 € en la revendant, puis il a dépensé 50 € pour la racheter : –30 + 40 – 50 = –40. Il devrait donc la revendre 40 € à Arnaud pour rentrer dans ses frais, c'est-à-dire pour que le total des transactions ne lui coute rien.

chapitre 4

Expressions littérales

I. Le programme

Thème A – Nombres et calculs

Au cycle 4, les élèves consolident le sens des nombres et confortent la maitrise des procédures de calcul. Les différentes composantes de ce thème sont reliées entre elles. Les élèves manipulent des nombres rationnels de signe quelconque. Ils prennent conscience du fait qu'un même nombre peut avoir plusieurs écritures (notamment écritures fractionnaire et décimale). Les élèves abordent les bases du calcul littéral, qu'ils mettent en œuvre pour résoudre des problèmes faisant intervenir des équations ou inéquations du premier degré. À l'occasion d'activités de recherche, ils peuvent rencontrer la notion de nombres irrationnels, par exemple lors d'un travail sur les racines carrées.

Attendu de fin de cycle

- Utiliser le calcul littéral.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Utiliser le calcul littéral	
■ **Mettre un problème en équation en vue de sa résolution.** ■ **Développer et factoriser des expressions algébriques dans des cas très simples.** ■ **Résoudre des équations ou des inéquations du premier degré.** **– Notions de variable, d'inconnue.** ■ **Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture.**	■ Comprendre l'intérêt d'une écriture littérale en produisant et employant des formules liées aux grandeurs mesurables (en mathématiques ou dans d'autres disciplines). ■ Tester sur des valeurs numériques une égalité littérale pour appréhender la notion d'équation. Étudier des problèmes qui se ramènent au premier degré (par exemple, en factorisant des équations produits simples à l'aide d'identités remarquables). ■ Montrer des résultats généraux, par exemple que la somme de trois nombres consécutifs est divisible par 3.

** En **gras** : ce qui est étudié dans ce chapitre.*

II. Contexte du chapitre

En cycle 3, les élèves ont commencé à utiliser certaines propriétés des opérations.
Par exemple, on trouve dans le programme :
Propriétés des opérations :
- $2+9=9+2$
- $3\times 5\times 2 = 3\times 10$
- $5\times 12 = 5\times 10+5\times 2$.

Cette étude est approfondie et complétée dans le chapitre 1 du Myriade 5^{e}.
L'objectif de ce chapitre est d'entrer dans l'algèbre :
– utiliser des formules issues de situations concrètes ;
– produire des expressions littérales comme outil de modélisation et de généralisation ;
– travailler le sens de l'égalité et faire évoluer le statut du signe $=$;
– utiliser l'algèbre comme outil de preuve.

Les deux derniers points seront principalement travaillés à travers les tests d'égalités. Le lien entre ces tests et la rationalité mathématique (un contre-exemple suffit pour qu'une affirmation soit fausse) devrait donner du sens et justifier le recours aux expressions littérales pour prouver des résultats généraux.
Concernant la classe de 5^{e}, le choix pourrait être fait de formaliser dès ce niveau la distributivité pour l'utiliser comme outil de transformation des expressions algébriques. Nous avons fait le choix de respecter les indications des repères de progressivité et de réserver cette étude à la classe de 4^{e}. Dans ce cadre, comment permettre aux élèves de rencontrer des égalités toujours vraies ? En s'appuyant sur les propriétés des opérations étudiées en cycle 3 : la commutativité de l'addition, la commutativité de la multiplication et, pour finir, le lien entre additions itérées et multiplication ($3\times x = x+x+x$).

III. Ressources disponibles sur le site compagnon

Avant de commencer	■ Un QCM interactif pour faire le point
Cherchons ensemble	■ Fichiers textes modifiables des activités ■ Activité 1 : Figure dynamique ■ Activité 4 : Figure dynamique
Objectif 1 **Objectif 2** **Objectif 3**	■ Vidéo « *Je comprends* » : Exprimer une grandeur en fonction d'un nombre inconnu ■ Vidéo « *Je comprends* » : Résoudre un problème en testant une inégalité ■ Vidéo « *Je comprends* » : Tester une égalité
Je travaille seul(e)	■ Un QCM interactif pour faire le point sur le cours
Avec un logiciel	Pour aider à la correction en vidéo-projection : ■ Activité 1 : Figure dynamique ■ Activité 2 : Figure dynamique ■ Activité 3 : Deux figures dynamiques ■ Activité 4 : Programme Scratch Pour que les élèves travaillent en autonomie : ■ Fiches logiciel (GeoGebra et Tableur) et leurs tutoriels vidéo
Les problèmes DUDU	■ Vidéo : Le tour de magie

IV. Corrections et intentions pédagogiques

■ Cherchons ensemble

Activité 1. Produire une expression littérale

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'objectif de cette activité est de produire une expression littérale pour écrire de façon générale un procédé de calcul qui est toujours le même.

– La question **1** doit permettre de vérifier que les élèves ont bien compris les contraintes de l'énoncé. D'autre part, le dessin et le comptage de un en un reste possible.

– Dans la question **2**, le dessin et le comptage sont possibles mais vraiment très longs.

– Dans la question **3**, le problème reste contextualisé mais le dessin est impossible

– Dans la question **4**, on peut s'attendre à ce que la plupart des élèves formulent leur stratégie de calcul avec des phrases. C'est justement la difficulté de cette description et la difficulté à être compris par les autres qui montrera la pertinence de l'utilisation d'une lettre pour exprimer une généralité.

• Correction

1. a. 34

b. 69

c. 2 709

2. De nombreuses réponses sont possibles. En voici quelques-unes en nommant N le nombre de carreaux sur le côté :

- $2 \times N + 3 \times (N - 2)$
- $4 \times N + (N - 2) - 4$
- $5 \times (N - 2) + 4$
- ….

3. Si le côté est de 64, il y aura 314 carreaux gris. Si le côté est de 65, il y aura 319 carreaux gris.
Il est impossible d'avoir 316 carreaux gris.

Activité 2. Utiliser une expression littérale

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'objectif de cette activité est d'utiliser une expression littérale issue d'une situation réelle et de l'utiliser en lien avec la sécurité routière. Un travail pluridisciplinaire est possible sur ce thème dans l'***EPI Santé et sécurité***.

Dans cette activité, tous les signes $\times$ sont conservés et les notations avec des puissances ne sont pas utilisées. Il nous semble en effet que l'entrée dans l'algèbre est assez délicate et que le fait d'utiliser très tôt des conventions d'écritures risque de favoriser la perte de sens.

• Correction

1.

Voie de circulation	Règle générale	Temps de pluie
Autoroute	123,5 m	123,75 m
Route à deux chaussées séparées par un terreplein central	93,5 m	105 m
Route	67,5 m	72 m
Agglomération	27,5 m	33,75 m

2. a. Vrai, l'ordre de grandeur est le même.

b. Si on roule à 130 km/h sous la pluie, la distance d'arrêt sera de 165,75 m.
Elle augmente de 165,75 – 123,75 = 42 m.
Vrai, l'ordre de grandeur est le même.

3. Faux, sous la pluie :

50 km/h $\rightarrow$ 33,75 m et pour 100 km/h $\rightarrow$ 105 m.
Faux aussi sur route sèche :
50 km/h $\rightarrow$ 27,5 m et pour 110 km/h $\rightarrow$ 93,5 m.

Activité 3. Utiliser une expression littérale simplifiée

• *Considérations didactiques et mise en pratique*

L'objectif de cette activité est d'utiliser une expression littérale issue d'une situation réelle mais présentée sous forme simplifiée (les signes $\times$ ne sont pas écrits et il y a un carré). Si les élèves ne sont pas encore à l'aise avec l'utilisation d'une formule, le professeur peut, dès le début de l'activité, décider de faire ce problème avec une expression non simplifiée en l'écrivant : $\frac{\pi \times D \times D \times H}{4}$

Là encore un travail pluridisciplinaire dans le cadre de l'***EPI Monde économique et professionnel*** est tout à fait possible avec en prolongement la découverte des métiers de l'habitat ou du bois.

Enfin, cette activité est l'occasion de mobiliser les conversions d'unités de longueurs.

• *Correction*

1. Chêne : 1,73 m^3 ;
Pin : 5,1 m^3 ;
Peuplier : 22,6 m^3.

2. a. Cette affirmation est vraie. On peut la tester sur quelques exemples, puis suivant le niveau de la classe, on pourra donner une preuve ou dire qu'il s'agit d'une conjecture que l'on ne peut pas prouver pour l'instant.

b. Faux, contre-exemple : $H = 100$ m, $D = 0{,}4$ m et $H = 100$ m et $D = 0{,}8$ m.

Activité 4. Tester une égalité

• *Considérations didactiques et mise en pratique*

L'objectif de cette activité est de différencier les égalités qui sont toujours vraies et les égalités qui sont parfois vraies et parfois fausses. On travaille ainsi la rationalité en mathématique.

• Des exemples, même nombreux, ne peuvent pas servir de preuve.

• Un contre-exemple suffit pour dire qu'une proposition est fausse.

L'entrée dans l'algèbre s'accompagne d'une modification du statut du signe $=$. L'élève doit comprendre que deux expressions littérales sont déclarées égales si elles le sont toujours.

– La question **1** a pour objectif de montrer l'insuffisance d'un raisonnement basé sur l'observation de quelques exemples.

– La question **2** a pour objectif de clarifier l'égalité entre deux expressions littérales. Suite à la question **1**, les élèves devraient être en recherche de contre-exemples pour chacune des égalités. L'étude de la distributivité étant réservée à la classe de 4^e dans les programmes de 2016, on se basera sur les propriétés des opérations pour justifier les égalités qui sont vraies.

• *Correction*

1. a. Vrai

x	1	2	3
Formule A	1	2	3
Formule B	1	2	3

b. Avec 4, c'est encore vrai mais c'est faux avec 5, donc la phrase est fausse.

2. $4 \times x - x = 4$: faux, contre-exemple $x = 10$;
$N \times N = N + N$: faux, contre-exemple $x = 3$;
$3 \times n \times 4 = 12n$: vrai, car $3 \times n \times 4 = 3 \times 4 \times n = 12 \times n$;
$x + x + x = 3 \times x$: vrai, c'est le lien entre addition itérée et multiplication qui permet de l'affirmer (c'est le raisonnement utilisé par des élèves de CE1 pour dire que $2+2+2+2+2 = 2 \times 5$) ;
$5 + 4 \times y = 9 \times y$: faux, contre-exemple $y = 0$;
$A + B = A + C$: faux, contre-exemple $A = 1$, $B = 2$ et $C = 3$.
On pourra aller plus loin si les élèves sont à l'aise en demandant si c'est possible que $A + B = A + C$ pour certaines valeurs particulières.
Pour certains élèves, il est impossible que deux lettres différentes puissent représenter le même nombre. Cette question sera l'occasion de lever cette difficulté.

■ Objectif 1. Produire une expression littérale

Je m'entraine

1 **a.** $2 \times x$ **b.** $\frac{x}{2}$ **c.** $3 \times (7 + x)$ **d.** $\frac{x+3}{4}$

2 Programme 1 : $x \times 5 + 4$;
Programme 2 : $(x + 4) \times 5$;
Programme 3 : $(x - 7) \times 2$;
Programme 4 : $x \times 3 - 7$.

3 **a.** Choisir un nombre, multiplier par 5, ajouter 3.
b. Choisir un nombre, multiplier par 3, ajouter 5.
c. Choisir un nombre, ajouter 5, multiplier par 3.
d. Choisir un nombre, ajouter 5, ajouter 3.

4 **1.** Formule 1 : $7 + 3 \times N$;
2. Formule 2 : $(N + 3) \times N$;
3. Formule 3 : $(5 \times N - 3) \times 2$.

5 **a.** $8 + x$ **b.** $13 - x$ **c.** $6 \times x$ **d.** $13 + 2 \times x$

Je résous des problèmes simples

6 **1.** Si on nomme N le numéro de l'étape, on a $2 \times N$ points.
2. • $2N + 1$ • $3N - 1$ • $4N + 1$

7 **1.** Le montant total des entrées payées par les enfants.
2. y représente le nombre d'entrées adulte vendues et z le nombre d'entrées tarif préférentiel vendues. Cette expression permet de calculer le montant total des entrées payées au tarif plein ou au tarif préférentiel.

3. $5 \times x + 11{,}5 \times y + 8 \times z$.

8 En nommant *N* le nombre de carreaux sur le côté du carré, les formules se ramènent à :
a. $4N - 4$
b. $N + 2$
c. $3N - 2$
d. $4N - 8$

9 = A2*4+A2*A2

10 **1.** Il faut $7 + 5 + 3 + 1 = 16$ pâtés.
2. 64 pâtés.
3. Si on nomme *E* le nombre d'étages, il faut $E \times E$ pâtés.

11 **1. a.** $12 \times 0{,}2 + 8 \times 0{,}5 = 6{,}4$ €.
b. $47 \times 0{,}5 + 19 \times 0{,}2 = 27{,}3$.
2. $m \times 0{,}2 + n \times 0{,}5$.

■ Objectif 2. Utiliser une expression littérale

Je m'entraine

12 **a.** 6 **b.** 9 **c.** 14 **d.** 10

13 **a.** 8 **b.** 17

14 **a.** 15 **b.** 33

15

x	$4 \times (23 - x)$
3	80
3,5	78
4	76
4,5	74
5	72
5,5	70
6	68
6,5	66
6,8	64,8
7	64

16 **a.** 20 **b.** 140 **c.** 24,8

17 **a.** 37 **b.** 86

18 **a.** 58 **b.** 94 **c.** $\frac{10}{21}$ **d.** 132

19 **A.** $\frac{578}{35}$ **B.** $\frac{547}{294}$

20 $r = 1{,}2$ donc :
a. $\frac{12\pi}{5} \approx 7{,}54$; **b.** $\frac{36\pi}{25} \approx 4{,}52$.

21 **2.** Léa : 162 cm ; Enzo : 175 cm.

Je résous des problèmes simples

22 Clément : 722 g ; Benoit : 604 g ; Aminata : on ne peut pas lui appliquer la formule, son poids est supérieur à 6 kg.

23 **1. a.** Claire : il faut calculer son âge avant d'appliquer la formule.
b. Jean-Michel : 25,6 %.
c. On ne peut pas appliquer la formule, Lilou n'est pas une adulte.
2. Jean-Michel : trop de graisse.

24 120

25 **a.** Bretagne : $I = 47$, région humide ;
b. Corse : $I = 22$, région demi-humide ;
c. Bardenas : $I = 16{,}4$, région aride.

26 2 854 cm^3

■ Objectif 3. Tester une égalité

Je m'entraine

27 **1. a.** Oui.
b. Non, contre-exemple $x = 2$.
c. Non, contre-exemple $x = 2$.
d. Oui : $2x \times 3x = 2 \times x \times 3 \times x = 2 \times 3 \times x \times x = 6x^2$.
2. a. 24 **b.** $2x$

28 **a.** Non **b.** Non **c.** Non

29 **a.** Oui **b.** Oui **c.** Oui

30 **a.** Contre-exemple : $x = 2$.
b. Contre-exemple : $x = 1$.
c. Contre-exemple : $x = 1$.

31 **a.** Si $x = 1$, $A = 5$ et $B = 5$.
b. Si $x = 3$, $A = 13$ et $B = 13$.
c. Faux, contre-exemple $x = 0$.

32 $4 \times 3{,}5 = 14 + 2 = 50 - 16 = 34$.
En gris, les égalités fausses.
- $4 \times 3{,}5 \neq 14 + 2$.
- $14 + 2 \neq 50 - 16$.
- $50 - 16 = 34$.

Je résous des problèmes simples

33 $x \times x + x - 6$.

34 **1.** $3 \times 2 + 1 = 2 \times 2 + 3 = 7$.
2. Non, contre-exemple $x = 4$.

35 **1.** Éric : $N \times 8 - 15$; Angélique : $N \times 4 + 6$.
On a donc : $N \times 8 - 15 = N \times 4 + 6$.
2. Non, contre-exemple $N = 0$.
3. $N = \frac{21}{4}$

36 $A=H=C=E$

Preuve : $4x+2x=(x+x+x+x)+(x+x)=6\times x$
donc $A=H=C$.

$7x-x=x+x+x+x+x+x+x-x$
$=x+x+x+x+x+x=6\times x$
donc $E=A$

$D=G$
$2x\times 4x=2\times x\times 4\times x=2\times 4\times x\times x=8\times x^2$
$I=J$
$2\times 4x=2\times 4\times x=8\times x$
F ne peut pas se réduire car dans $4+2\times x$, la multiplication est prioritaire sur l'addition, on ne peut faire aucun calcul supplémentaire.

37 Programme 1 : $N+13+N$
Programme 2 : $N\times 2+7+6$
On réduit les deux expressions :
– programme 1 : $N+13+N=2\times N+13$;
– programme 2 : $N\times 2+13$.

38 **a.** Faux : contre-exemple, $a=1$ et $b=5$.
b. Faux : contre-exemple, $x=10$.
c. Faux : contre-exemple, $x=10$.
d. Vrai : $3\times x+x=x+x+x+x=4\times x$.
e. Vrai : $3x\times 2x=3\times x\times 2\times x=3\times 2\times x\times x=6x^2$.
f. Faux : contre-exemple $y=10$.

39 **1.** $3+T-2+3+T-2=T+T+3-2+3-2=2\times T+2$.
2. La réponse de Joshua est donc correcte.

40 **2.** Plusieurs solutions, toutes les expressions se ramenant à : ADECB : $3x+12$; FGH : $3x+12$.
3. Oui

Je travaille seul(e)

41 B **42** B **43** B **44** C **45** A

46 **1.**

Nombre	Calcul
2	$(2\times 5+3):2$ ou $\frac{2\times 5+3}{2}=\frac{13}{2}=6{,}5$
0	$(0\times 5+3):2$ ou $\frac{0\times 5+3}{2}=\frac{3}{2}=1{,}5$
4	$(4\times 5+3):2$ ou $\frac{4\times 5+3}{2}=\frac{23}{2}=11{,}5$
1,2	$(1{,}2\times 5+3):2$ ou $\frac{1{,}2\times 5+3}{2}=\frac{9}{2}=4{,}5$

2. a. $\frac{5x+3}{2}$, on peut vérifier en calculant chacune des expressions avec $x=2$.
Le résultat final doit être 6,5 d'après la question **1**.
b. $\frac{5(x+3)}{2}$: Choisir un nombre, ajouter 3, multiplier par 5, diviser par 2.

$5x+\frac{3}{2}$: Choisir un nombre, multiplier par 5, ajouter la moitié de 3.

47 **a.** $2n$ **b.** $\frac{n}{4}$ **c.** $3n$ **d.** $\frac{n}{2}$

48 **1.** $4\times 5+2=22$.
2. Si on nomme N le nombre de casiers, il y a $4\times N+2$ piquets.

49 La somme des angles d'un triangle vaut 180°.
a. $\widehat{ABC}=180-2x-x$.
Si $x=70°$, on a : $70°+140°=210°$, c'est impossible.
b. $\widehat{ABC}=180-x-x$.
Si $x=70°$, on a : $70°+70°=140°$, c'est possible, $\widehat{ABC}=40°$.

50 **1.** $12+x\times 3$.
2. $x\times x+3\times x+1$.

51

Nombres choisis	Résultats obtenus
6	63
7	56
8	49
9	42
10	35
11	28
12	21
6,5	59,5
8,5	45,5
13	14

52 **1. a.** $6\times 2+3\times 2+1=19$.
b. $6\times 17+3\times 17+1=15$.
2.a. $2\times 0+4\times 0\times(13{,}65-1)=0$.
b. $2\times\frac{2}{3}+4\times\frac{2}{3}\times(8-1)=20$.

53 **a.** $8\times 6^3+2\times(6+5)=1\ 750$.
b. $8\times 4^3+2\times(4+5)=530$.
c. $10\times 6^3+2\times(10+5)=8\ 030$.

54 **a.** $(2\times 3+3)\times(5\times 3+2)=153$.
b. $(2\times 0+3)\times(5\times 0+2)=6$.
c. $(2\times 2{,}5+3)(5\times 2{,}5+2)=116$.

55 **a.** $(6+5)^2=121$ **b.** $(13+13)^2=676$

56 **1.** Voici les résultats :
Ca : $3\times 3+2\times 1+2+3=16$.
F4 : $3\times 2+2\times 2+2+2=14$.
Ob : $3\times 2+2\times 3+1+2=15$.
R6 : $3\times 3+2\times 2+3+1=17$.
T3 : $3\times 1+2\times 3+3+3=15$.
C'est la R6 qui est élue Voiture de l'année.

2. Par exemple : $1 \times S + 4 \times C + 4 \times E + 4 \times T$.

57 **1.** $AB = 2 \times 3 = 6$ cm , $AC = 3^2 - 1 = 8$ cm et $BC = 3^2 + 1 = 10$ cm.
2. $AB = 2 \times 3 \times 2 = 12$ cm , $AC = 3^2 + 2^2 = 13$ cm et $BC = 3^2 - 2^2 = 5$ cm.

58 **1. a.** $4 + 6 = 2 + 8$
b. $4 \times 7 = 30 - 2$
2. a. $4 + 2 \times 5 = 3 \times 7 - 7$
b. $(5 + 3) \times 6 = 4 \times 10 + 8$

59 **a.** $54 - 2 \times 1 = 52$; oui, $10 + 2 \times 1 = 12$ non, l'égalité est fausse.
b. $54 - 2 \times 11 = 32$; $10 + 2 \times 11 = 32$ oui, l'égalité est vraie.
c. $54 - 2 \times 3 = 48$; $10 + 2 \times 3 = 16$ non, l'égalité est fausse.

60 **a.** $8 + 2 \times 1 = 10$; $10 \times 1 = 10$ oui, l'égalité est vraie.
b. $8 + 2 \times 2 = 12$; $10 \times 2 = 20$ non, l'égalité est fausse.
c. $8 + 2 \times 3 = 14$; $10 \times 3 = 30$ non, l'égalité est fausse.

61 **1. a.** $2 + 8 = 10$ et $5 \times 2 = 10$ oui, l'égalité est vraie.
b. $2 \times 6 - 4 = 8$ non, l'égalité est fausse.
c. $13 + 2 = 15$, l'égalité est vraie.
2. a. $10 + 8 = 18$ et $5 \times 10 = 50$, non l'égalité est fausse.
b. $10 \times 6 - 4 = 56$, non l'égalité est fausse.
c. $13 + 10 = 23$ non, l'égalité est fausse.

62 **a.** Faux : contre-exemple, $a = 10$.
$a^3 = 10^3 = 1\,000$ et $3a = 3 \times 10 = 30$.
b. Faux : contre-exemple, $a = 2$ on a :
$3 \times 2^2 + 5 \times 2 = 22$ et $8 \times 2^3 = 64$.
c. Vrai : $3 \times (2 + a) = (2 + a) + (2 + a) + (2 + a)$
$= 2 + 2 + 2 + a + a + a = 6 + 3 \times a$.
d. Vrai : $2 \times (a + 1) = (a + 1) + (a + 1) = a + a + 1 + 1 = 2a + 2$.
e. Vrai : $2a^2 + 3a^2 = a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 = 5 \times a^2$.
f. Faux : contre-exemple $a = 1$ on a :
$5 \times 1 + 5 \times 1^2 = 10$ et $5 \times 1^3 = 5$.

Je résous des problèmes

63 **1.** Programme 1 : avec 1, on obtient 7. Avec 2, on obtient 7.
Programme 2 : Avec 1, on obtient 7. Avec 2, on obtient 7.
2. Faux pour le programme 2 : contre-exemple $x = 10$.
Pour le programme 1, on ne peut pas savoir si c'est toujours vrai. L'affirmation reste donc au statut de conjecture (sauf si le choix a été fait d'introduire la distributivité dès la 5e).

64 **1.** Si n est doublé, D est divisé par 2.
2. Par tâtonnement, on trouve $v =$ pour que $50 = \dfrac{25 \times v}{60 \times 3}$.

65 Faux, contre-exemple : $x = 7$.

66 **1.** 0 et 1 sont solutions de $N \times N = N$ donc :
$N + N = 0$ ou 2 (réponse 3).
2. • $N + 3$: non, si $N = 1$.
• $2N + 3$: c'est l'expression à trouver par élimination des autres solutions qui ne fonctionnent pas.
• $3N$: non, si $N = 2$.
• $N + 1$, non si $N = 1$.
• N^3, non si $N = 2$.

67 **1.** Voici trois possibilités :
$(AB ; AC ; AD) = (1;2;3)$ ou $(2;3;4)$ ou $(4;5;6)$.
2. $L + (L + 1) + (L + 2)$
3. $x + (x + 1) + (x - 1)$

68 **1.** $2x + 4y$.
2. On obtient 10 fois le premier nombre.
3. $3 \times x + 2 \times y$.
a.
Choisir deux nombres
Multiplier le premier par 3 — Multiplier le second par 2
Ajouter les deux résultats

b. $x \times (y + 12)$
Choisir deux nombres
↓
Ajouter 12 au second
↓
Multiplier par le premier

69 **1.** $((x + 3) \times 4) \times (x \times 3 - 2)$.
2. $x = 6$.
3. a. $2 \times x = 5$
Choisir un nombre
↓
Multiplier par 2
↓
Ajouter 5

b. $2 + x \times 5$
Choisir un nombre
↓
Multiplier par 5
↓
Ajouter 2

c. $(2 + x) \times 5$
Choisir un nombre
↓
Ajouter 2
↓
Multiplier par 5

d. $2 \times x + 5 \times x$
Choisir un nombre
Multiplier par 22 — Multiplier par 5
Ajouter les deux résultats

70 **2.** 1 954 kcal environ.
3. Si on grossit, notre métabolisme de base augmente.
Si on vieillit, notre métabolisme de base diminue.

71 **1.** 21.
2. 10 maisons : 41 ; 15 maisons : 61.
3. $1\,345 \times 4 + 1 = 5\,381$.
4. Toute formule se ramenant à $4 \times N + 1$, où N est le nombre de maisons.
5. 139 maisons maximum

72 **1.** Si $n = 2$, on a : $1^3 + 2^3 = 9$ et $\dfrac{2^2 \times (2+1)^2}{4} = 9$.
Si $n = 3$, on a : $1^3 + 2^3 + 3^3 = 36$ et $\dfrac{3^2 \times (3+1)^2}{4} = 36$.
Si $n = 4$, on a :
$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100$ et $\dfrac{4^2 \times (4+1)^2}{4} = 100$.
2. Non, ces cinq exemples ne prouvent pas que cette égalité sera toujours vraie.

73 **1.** Aire EBCF $= b \times c$.
2. Aire AEFD $= a \times c$.
3. Aire ABCD $= (a+b) \times c$.

■ Dans les autres matières

74 **1.** Non.
2. $5{,}2 + 0{,}4 = 5{,}6$ cm.
3. 75 g.
4. $4 + \dfrac{0{,}4 \times m}{5}$.

75 **1.** Fréquence à 18 ans : environ 190 et Fréquence à 60 ans : environ 166.
2. Vrai, $190 \times 0{,}9 = 171$.

76

a.	19 et 22	+3	151	$4 + (N-1) \times 3$
b.	31 et 36	+5	251	$6 + (N-1) \times 5$
c.	12 et 14	+2	100	$2 \times N$
d.	36 et 42	+6	300	$3 \times N$
e.	49 et 64	Ajouter le nombre impair suivant	2 601	$(N+1)^2$
f.	75 et 70	–5	–145	$100 - (N-1) \times 5$

■ Jeux mathématiques

77 Jeux à faire en classe

78 **1. a.** 3 cordes
b. 6 cordes
2. 44 850 cordes

79 27 élèves + Ludo + Marco = 29 personnes.
Donc 406 poignées de main seront échangées. En effet, chacune des 29 personnes serrera la main aux deux autres, mais il faut diviser le nombre par deux pour ne pas compter deux fois la même poignée de main : $\dfrac{29 \times 28}{2} = 406$.

■ Devoirs à la maison

80 **1.** Formules obtenues par Pierre :
$A = 3x$, aire de GHCF ;
$B = (x + x + x + 3) \times 2$, périmètre de ABCD ;
$C = x \times (x+3)$, aire de AEFB ;
$D = 4x$, périmètre de EDHG ;
$E = x^2$, aire de EDHG ;
$F = x + 3$, longueur de [CD] ;
$G = 3 + x + 3 + x$, périmètre de GHCF ;
$H = x + x + 3 + x + x + 3$, périmètre de AEFB ;
$J = x + x + x + 3 + x + x + x + 3$, périmètre de ABCD.
2. Formules obtenues par Pierre :
$A = 3x$;
$B = (x + x + x + 3) \times 2 = 3x + 3 + 3x + 3 = 6x + 6$
autre raisonnement possible : $B = J$ et on simplifie J ;
$C = x \times (x+3)$;
$D = 4x$;
$E = x^2$;
$F = x + 3$;
$G = 3 + x + 3 + x = 2x + 6$;
$H = x + x + 3 + x + x + 3 = 4x + 6$;
$J = x + x + x + 3 + x + x + x + 3 = 6x + 6$.

81 **1.** 12 cartes.
2. a. $(6+5+4+3+2+1) \times 2 = 42$.
b. Non.
3. 7 étages : 56 cartes, impossible.
6 étages : 42 cartes
On ne pourra faire que 6 étages et il restera 12 cartes.

■ Avec un logiciel

Activité 1. Les chocolats

Considérations didactiques et mise en pratique
Dans cette activité le professeur peut faire le choix de laisser les élèves libres d'utiliser le tableur ou non. Dans ce cas, il faut donner l'énoncé du problème sans les questions qui l'accompagnent. Ces questions peuvent permettre de gérer la différenciation en étant disponibles à la demande d'élèves qui seraient bloqués.

• ***Correction***

1.

	A	B	C	D
1	Nombres de chocolats pour le groupe 1	Nombres de chocolats pour le groupe 2	Nombres de chocolats pour le groupe 3	Total
2	17	=4*A2	=B2+10	=A2+B2+C2
3				

	A	B	C	D
1	Nombres de chocolats pour le groupe 1	Nombres de chocolats pour le groupe 2	Nombres de chocolats pour le groupe 3	Total
2	17	68	78	163
3				

2. Non, car si le groupe 1 a 57 chocolats, cela fait un total de 523 chocolats et si le groupe 1 a 56 chocolats, cela fait un total de 514 chocolats.
3. Oui : 100 pour le groupe 1.

Activité 2. Conversion de températures

Considérations didactiques et mise en pratique
Dans cette activité, les élèves doivent programmer les cellules d'un tableur pour effectuer des conversions d'unités

de température. Celles-ci sont généralement méconnues des élèves.

• Correction

	A	B	C
1	T(°C)	T(°F)	T(K)
2	36	=A2*1,8+32	=((B2+459,67)*5)/9
3			
4	T(°F)	T(°C)	T(K)
5	112	=(A5-32)/1,8	=((A5+459,67)*5)/9
6			
7	T(K)	T(°F)	T(°C)
8	100	=((A8*9)/5)-459,67	=(B8-32)/1,8

Activité 3. Programmes de calcul

Considérations didactiques et mise en pratique

Dans ce problème, les élèves auront certainement envie de prévoir une cellule pour chaque étape du programme de calcul. Le fait de les contraindre (au moins dans un 2^{e} temps) à ne prévoir qu'une seule cellule permettra de travailler l'algébrisation de la situation. D'autre part, ce problème permet une première rencontre avec les équations qui seront étudiées en 4^{e} et en 3^{e}.

• Correction

	A	B	C
1	Nombre choisi	Programme 1	Programme 2
2	6,35	=A2*26+22	=A2*6+149
3			

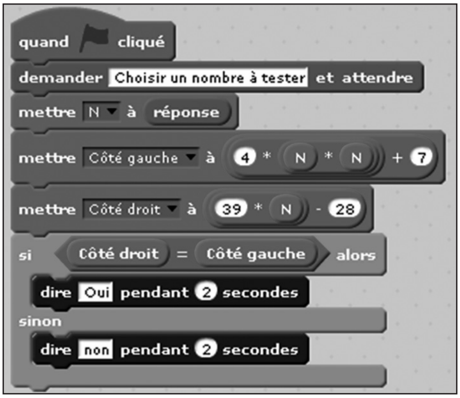
Activité 4. Tester une égalité

Considérations didactiques et mise en pratique

Dans cette activité, la programmation des calculs permettra de travailler l'aspect structural de l'expression algébrique. Par exemple pour faire calculer 39×-28, il faudra d'abord repérer qu'il s'agit d'une différence et sélectionner la brique du menu opérateur correspondante. D'autre part, les solutions 1 et 8,75 ont été choisies pour qu'une soit facile à trouver et que l'autre demande davantage de recherche.

• Correction

1.



■ Tâches complexes

1. La panne sèche

Itinéraire 1 : 156 km à 125 km/h :

$$C = 0{,}123 \times 125 - \frac{4{,}5 \times 125^2}{10\,000} = 8{,}34375 \text{ L} / 100 \text{ km}.$$

Il faut donc 13 L d'essence c'est trop, il faudrait faire le plein.

Itinéraire 2 : 168 km à 50 km/h :

$$C = 0{,}123 \times 50 - \frac{4{,}5 \times 50^2}{10000} = 5{,}025 \text{ L} / 100 \text{ km}.$$

Donc 8,44 L d'essence. Les 10L de la réserve suffisent.

2. Le tour de magie

$$\frac{N + (N+1) + 11}{2} - N = 6$$

chapitre 5

Proportionnalité

I. Programme

Thème B – Organisation et gestion de données, fonctions

La plupart des notions travaillées dans ce thème ont déjà été abordées aux cycles précédents. Au cycle 4, les élèves apprennent à utiliser une représentation adaptée de données pour en faire une interprétation critique. Ils abordent les notions d'incertitude et de hasard, afin de construire une citoyenneté critique et rationnelle. Ils apprennent à choisir une méthode adaptée au problème de proportionnalité auquel ils sont confrontés. Ils découvrent progressivement la notion de fonction, qui leur permet d'accéder à de nouvelles catégories de problèmes.

Attendus de fin de cycle

- Interpréter, représenter et traiter des données
- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités
- Résoudre des problèmes de proportionnalité
- Comprendre et utiliser la notion de fonction

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Résoudre des problèmes de proportionnalité	
■ **Reconnaitre une situation de proportionnalité ou de non-proportionnalité.**	■ Étudier des relations entre deux grandeurs mesurables pour identifier si elles sont proportionnelles ou non ; ces relations peuvent être exprimées par : – des formules (par exemple la longueur d'un cercle ou l'aire d'un disque comme fonction du rayon, la loi d'Ohm exprimant la tension comme fonction de l'intensité) ; – des représentations graphiques (par exemple des nuages de points ou des courbes) ; – un tableau (dont des lignes ou des colonnes peuvent être proportionnelles ou non).
■ **Résoudre des problèmes de recherche de quatrième proportionnelle.** ■ **Résoudre des problèmes de pourcentage.** – Coefficient de proportionnalité.	■ Compléter un tableau de proportionnalité en utilisant, par exemple, le produit en croix. ■ Calculer et interpréter des proportions (notamment sous forme de pourcentages) sur des données économiques ou sociales ; appliquer des pourcentages (par exemple, taux de croissance, remise, solde, taux d'intérêt) à de telles données. ■ Établir le fait que, par exemple, augmenter de 5 % c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95 ; proposer quelques applications (par exemple que l'on n'additionne pas les remises).

En **gras : ce qui est traité dans ce chapitre.*

II. Contexte du chapitre

La proportionnalité occupe toujours une place centrale dans les programmes du cycle 4. Les outils nouveaux découverts et étudiés en cycle 3 autour de la proportionnalité sont ici repris et approfondis. Le recours au tableau permet à la fois la reconnaissance des situations de proportionnalité et aussi la recherche de quatrième proportionnelle. La détermination de pourcentages, l'utilisation et le calcul d'échelle de plan peuvent aussi être travaillés à l'aide de tableaux.
Les méthodes de résolution des problèmes de proportionnalité évoluent avec les connaissances des élèves, notamment avec une meilleure maîtrise de la notion de quotient.
Il nous est donc apparu opportun de réserver une grande part de nos activités et exercices à la résolution de problèmes.

III. Ressources disponibles sur le site compagnon

Avant de commencer	■ Un QCM interactif pour faire le point
Cherchons ensemble	■ Fichiers textes modifiables des activités
Objectif 1 **Objectif 2** **Objectif 3** **Objectif 4**	■ Vidéo « *Je comprends* » : Vérifier si un tableau représente une situation de proportionnalité ■ Vidéo « *Je comprends* » : Compléter un tableau de proportionnalité ■ Vidéo « *Je comprends* » : Utiliser une échelle ■ Vidéo « *Je comprends* » : Appliquer un pourcentage
Je travaille seul(e)	■ Un QCM interactif pour faire le point sur le cours
Avec un logiciel	Pour aider à la correction en vidéo-projection : ■ Activité 1 : Tableur ■ Activité 2 : Tableur ■ Activité 3 : Programme Scratch Pour que les élèves travaillent en autonomie : ■ Fiches logiciel (GeoGebra et Tableur) et leurs tutoriels vidéo
Les problèmes DUDU	■ Vidéo : Les DUDU partent en montgolfière !

IV. Corrections et intentions pédagogiques

■ Cherchons ensemble

Activité 1. Reconnaitre la proportionnalité

• *Considérations didactiques et mise en pratique*

La reconnaissance de la proportionnalité a déjà été abordée en classe de 6e. Mais cette première activité a pour objectif de relier la reconnaissance d'un tableau de proportionnalité à l'égalité des quotients obtenus par division des nombres de la seconde ligne du tableau par ceux de la première.
Dans la première situation, l'élève pourra reconnaitre la proportionnalité des grandeurs « distance » et « temps » dans le cadre d'un mouvement uniforme (notion qui peut être abordée oralement à cette occasion).
Dans la seconde situation, on découvrira que le nombre de diagonales d'un polygone n'est pas proportionnel à son nombre de côtés.

• *Correction*

1. et **2.**
Les quotients sont égaux à 21. Les grandeurs « distance » et « temps » sont donc proportionnelles.
3. Le quadrilatère a 4 côtés et 2 diagonales. Le pentagone a 5 côtés et 5 diagonales. L'hexagone a 6 côtés et 9 diagonales.
4. et **5.** Les quotients du nombre de diagonales par le nombre de côtés sont différents. Il n'y a donc pas proportionnalité entre le nombre de diagonales et le nombre de côtés d'un polygone.
6. On reconnait un tableau de proportionnalité de nombres à deux lignes lorsque les quotients obtenus en divisant les nombres de la deuxième ligne par ceux de la première sont égaux.

Activité 2. Compléter un tableau de proportionnalité

• *Considérations didactiques et mise en pratique*

Là encore, les méthodes de calcul utilisant la proportionnalité ont déjà été abordées en classe de 6e. Mais le recours à l'utilisation des tableaux devient exigible. Cette activité propose de consolider différentes techniques pour le calcul d'une quatrième proportionnelle : propriété d'homogénéité, utilisation du coefficient de proportionnalité, propriété additive. L'utilisation de l'égalité des « produits en croix » n'est pas abordée ici.
La deuxième partie de l'activité permet aux élèves de choisir la ou les méthodes les plus judicieuses pour compléter un nouveau tableau de proportionnalité.

• *Correction*

1. Fraises : 280 g de sucre.

Framboises : 500 g de fruits.
Pommes : 336 g de sucre.

2.

5	13	26	31	**50**	**130**
8	20,8	**41,6**	**49,6**	80	208

3. Six litres de jus d'orange coutent 10,50 €.

Activité 3. Utiliser la proportionnalité

• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette activité utilise l'échelle d'une carte pour calculer des distances. Elle permet à la fois de travailler la lecture de carte et l'utilisation d'une échelle donnée sous forme graphique. Les calculs de distances par proportionnalité peuvent se faire de différentes façons : par report de l'échelle graphique, à l'aide d'un tableau…

• Correction

1. a. Sur la carte, il y a 5 cm entre Auray et Vannes. Ceci correspond à $5 \times 3{,}5 = 17{,}5$ km en réalité.
b. Sur la carte, il y a 7 cm entre Carnac et Vannes. Ceci correspond à $7 \times 3{,}5 = 24{,}5$ km en réalité.
2. La longueur estimée par le GPS est d'environ 60 km.

Activité 4. Utiliser et déterminer un pourcentage

• Considérations didactiques et mise en pratique

Les élèves ont déjà utilisé des pourcentages en classe de 6e, notamment pour appliquer un taux de pourcentage connu. Il s'agit ici de calculer un pourcentage, ce qui est une nouveauté de la classe de 5e. Cette activité amène l'élève à utiliser naturellement les pourcentages pour comparer des proportions. Elle permet à la fois d'aller vers une méthode de calcul de pourcentage et vers une stratégie de comparaison de proportion.

• Correction

1. et **3.** Le pourcentage de réussite d'Antony est de 80 % $\left(\frac{16}{20} = \frac{32}{40} = \frac{48}{60} = \frac{80}{100}\right)$.
2. et **3.**Le pourcentage de réussite de Joe est de 76 % $\left(\frac{19}{25} = \frac{38}{50} = \frac{76}{100}\right)$.
4. C'est donc Antony le plus adroit.

■ Objectif 1. Reconnaitre la proportionnalité

Je m'entraine

1 **a.** Faux. **b.** Vrai.

2 **a.** Non. **b.** Oui. **c.** Non.

3 **a.** Oui. **b.** Non.

4 **a.** Non. **b.** Non. **c.** Oui.

5 **a.** Oui. **b.** Non. **c.** Non. **d.** Oui.

Je résous des problèmes simples

6 Non, car $\frac{80}{1} = 80$ et $\frac{120}{1} = 60$.

7 Oui, car $\frac{18}{1} = \frac{66}{4} = \frac{90}{10} = 9$.

8 Non, car $\frac{5{,}00}{2} = 2{,}50$ et $\frac{9{,}00}{4} = 2{,}25$.

9

Temps de musique (en min)	72	75
Prix (en €)	12	13

Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité, car $\frac{72}{12} = 6$ et $\frac{75}{13} \approx 5{,}77$.

10

Masse de fraise (en g)	500	600
Prix (en €)	4,00	4,80

Ce tableau est un tableau de proportionnalité, car $\frac{500}{4} = \frac{600}{4{,}80} = 1{,}25$.

11 Il n'y a pas proportionnalité entre le nombre de marches et le nombre de calories dépensées, car 0,79 (2e marche) n'est pas le double de 0,33 (1re marche).

12

Distance de course (en m)	200	400	1 000
Temps de course (en s)	32	75	205

Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité, car $\frac{200}{32} = 6{,}25$ et $\frac{400}{75} \approx 5{,}333$.

13

Distance (en km)	500	350
Consommation (en L)	36	26

Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité, car $\frac{500}{36} \approx 13{,}88$ et $\frac{350}{26} \approx 13{,}46$.

■ Objectif 2. Compléter un tableau de proportionnalité

Je m'entraine

14 **a.** 8 kg de fraises coutent 24 €.
b. 6 kg de poires coutent 9 €.
c. 5 kg de pommes coutent 6,25 €.

15 **a.**

2	7	10	
6	**21**	**30**	×3

b.

5	7	12
25	**35**	**60**

$\times 5$

16 **a.**

9	11	17
81	**99**	**153**

$\times 9$

b.

10	12	23
25	**30**	**57,5**

$\times 2{,}5$

17 **a.**

3	12	15
2	**8**	**10**

b.

5	15	20
6	**18**	**24**

18 **a.**

4	12	16
7	**21**	**28**

b.

6	9	15
8	**12**	**20**

19 **a.**

2	8
5	**20**

b.

4	20
5	**25**

c.

2,4	4
7,2	12

d.

2	**3,2**
5	8

Je résous des problèmes simples

20 Le prix de 5 kg de pêches est de 16,00 €.

21 La longueur réelle d'un mur représenté par un segment de longueur de 7 cm sur le plan est de 350 cm.

22 **1.** Le coefficient de proportionnalité est : $\frac{30}{5} = 6$.
2. Dans un tableau de proportionnalité, le coefficient de proportionnalité est le nombre par lequel il faut multiplier les nombres de la première ligne pour obtenir ceux de la deuxième ligne.
3.

Temps (en h)	5	6	12	15	24
Quantité d'eau perdue (en L)	30	**36**	**72**	**90**	**144**

$\times 6$

23

Masse de poires (en kg)	3	5	**7**
Prix (en €)	8,10	**13,50**	18,90

24 **1.**

Nombre de cartes pocket moon achetées	5	**12**	15
Prix (en €)	2	4,80	**6**

2.

Temps de vol de l'avion (en heure)	3	**5**	11
distance parcourue (en km)	2 565	4 275	**9 405**

25 **1.** Un bouquet de 9 roses noires coûte 31,50 €.
2. Avec 59,50 €, on peut acheter 17 roses noires.

26 **1.** En 2 h, il va parcourir 16 km.
2. Pour parcourir 5 km, il lui faudra 37,5 min.

27 **1.**

Eau minérale	5 L	1,00 €
Jus d'orange	2,5 L	6,50 €
Bananes	0,75 kg	1,50 €
Pommes	0,875 kg	2,63 €
Tomates	1,5 kg	7,50 €
Pavé de saumon	275 g	2,48 €
Steak haché	312,5 g	2,50 €
TOTAL		**24,11 €**

2.

Eau minérale	7 L	1,40 €
Jus d'orange	3,5 L	9,10 €
Bananes	1,05 kg	2,10 €
Pommes	1,225 kg	3,68 €
Tomates	2,1 kg	10,50 €
Pavé de saumon	385 g	3,47 €
Steak haché	437,5 g	3,50 €
TOTAL		**33,75 €**

■ Objectif 3. Utiliser la proportionnalité

Je m'entraine

28 **a.** Vrai. **b.** Faux.

29 7 croissants coutent 4,90 €.

30 **1.** 36 minutes. **2.** 5 km.

31 **1.** 16 minutes. **2.** 11,25 km.

32 81 cm^2.

33 **a.** $2 \times 25\,000 = 50\,000$ cm $= 500$ m.

b. $6 \times 25\,000 = 150\,000$ cm $= 1500$ m.
c. $12{,}3 \times 25\,000 = 307\,500$ cm $= 3\,075$ m.
d. $24{,}5 \times 25\,000 = 612\,500$ cm $= 6\,125$ m.

34 **a.** 50 km = 5 000 000 cm et $5\,000\,000 \div 400\,000 = 12{,}5$ donc la distance sur la carte est de 12,5 cm.
b. 200 km = 20 000 000 cm et $20\,000\,000 \div 400\,000 = 50$ donc la distance sur la carte est de 50 cm.
c. 260 km = 26 000 000 cm et $26\,000\,000 \div 400\,000 = 65$ donc la distance sur la carte est de 65 cm.
d. 372 km = 37 200 000 cm et $37\,200\,000 \div 400\,000 = 93$ donc la distance sur la carte est de 93 cm.

Je résous des problèmes simples

35 **1. a.** Il faut 48 secondes pour télécharger un album de 60 Mo.
b. Elle peut télécharger 75 Mo en une minute.
2. a. Il faudra 8,5 minutes pour imprimer 68 pages.
b. Elle peut imprimer 480 pages en une heure.

36 **1 a.** Il va parcourir 51,2 km s'il roule pendant 2 h.
b. Il va parcourir 96 km s'il roule pendant 3 h 45 min.
2 Il faut 2 h 30 min pour parcourir 64 km.

37 **1.** La perte d'eau est de 45,5 L en 6 h 30 min.
2. La perte d'eau est de 1 176 L en une semaine et 122 640 L en un an.

38 $60 \times 75 = 4500$ cm $= 45$ m. L'avion militaire A400 M mesure 45 m en réalité.

39 **1.** $4{,}2 \times 3{,}5 = 14{,}7$ L. La voiture consommera 14,7 L pour aller de Nantes à Bordeaux.
2. $63 : 4{,}5 \times 100 = 1500$. On peut parcourir 1 500 km avec un plein de 63 litres.

40 **1.** Corps (tête, thorax et abdomen) : 3,3 cm sur le schéma correspond à 0,413 cm soit 4,13 mm en réalité.
2. Antenne : 1,2 cm sur le schéma correspond à 0,150 cm soit 1,50 mm en réalité.

41 À vérifier sur le cahier de l'élève (la longueur totale doit être de 10,5 cm et la largeur de 7 cm).

42 Chocomax : $\frac{4{,}5}{750} \times 50 = 0{,}30$ € par portion.

Touchoko : $\frac{3{,}5}{600} \times 50 \approx 0{,}2916$ € par portion.

Il vaut mieux choisir Touchoko.

■ Objectif 4. Utiliser et déterminer un pourcentage

Je m'entraine

43 **a.** Vrai.
b. Faux.
c. Vrai.

44 60 % de 75 se calcule par $0{,}6 \times 75 = 45$. Il y a 45 poules rousses.

45 $\frac{36}{45} = 0{,}8$ donc le pourcentage de vaches noires est de 80 %.

46 36 % de 225 se calcule par $0{,}36 \times 225 = 81$. Il y a 81 filles dans le club.

47 $\frac{144}{320} = 0{,}45$ donc le pourcentage de filles est de 45 %.

48 15 % de 800 se calcule par $0{,}15 \times 800 = 120$. Il y a 120 g de sucre.

49 $\frac{90}{750} = 0{,}12$ donc le pourcentage de sucre est de 12 %.

50 **1.** 45 % de 62 000 se calcule par $0{,}45 \times 62\,000 = 27\,900$. Il y avait donc 27 900 spectateurs en tribune latérale.
2. $\frac{18\,000}{62\,000} \approx 0{,}29$ donc le pourcentage de spectateurs debout était d'environ 29 %.

Je résous des problèmes simples

51 **a.** 16 Mo.
b. 60 km.
c. 35 L.
d. 140 €.

52 $\frac{15}{28} \approx 0{,}536$ donc Claire a obtenu 53,6 % des votes.
$\frac{8}{28} \approx 0{,}286$ donc Martin a obtenu 28,6 % des votes.
$\frac{5}{28} \approx 0{,}179$ donc Léo a obtenu 17,9 % des votes.

53 $\frac{7{,}25}{58} = 0{,}125 = \frac{12{,}5}{100}$ donc cette hausse représente une augmentation de 12,5 % du prix initial.

54 $\frac{60}{340} \approx 0{,}07$ soit $\frac{7}{100}$. Donc la remise représente environ 7 % du prix de vente initial.

55 **1.** Elle réalise 4 € de bénéfice.
2. Ceci représente 50 % du prix d'achat.

56 Jérémy : $\frac{286}{650} \approx 0{,}44$ soit 44 %.

Marie : $\frac{350}{814} \approx 0{,}43$ soit 43 %.
Le pourcentage d'habitants aux cheveux blonds est plus grand dans le village de Jérémy.

57 Bobby : $\frac{17}{20} = 0{,}85$ soit 85 %.

Stevy : $\frac{21}{25} = 0{,}84$ soit 84 %.
Bobby a le pourcentage de réussite le plus élevé.

58 $14 + 8 + 38 = 60$. Donc le cocktail contient un total de 60 cL.
$\frac{14}{60} \approx 0{,}233$ donc ce cocktail contient environ 23,3 % de jus d'ananas.

$\frac{8}{60} \approx 0{,}133$ donc ce cocktail contient environ 13,3 % de jus de citron.

$\frac{38}{60} \approx 0{,}633$ donc ce cocktail contient environ 63,3 % de jus d'orange.

59 **1.** Pour Kim : $\frac{8}{100} \times 18\,000 = 1\,440$ donc le prix d'achat de la Ferraro 3 000 est $18\,000 - 1\,440 = 16\,560$ €.
Pour Lucie : le prix d'achat de la Purche cabriolet est de $20\,000 - 2\,200 = 17\,800$ €.
Pour Simon : le prix d'achat de la Pigeot est de $25\,000 - 2\,400 = 22\,600$ €.
2. Pour Lucie : $\frac{2\,200}{20\,000} = 0{,}11 = \frac{11}{100}$ donc elle a obtenu une remise de 11 %.
Pour Simon : $\frac{2\,400}{25\,0000} = 0{,}096 = \frac{9{,}6}{100}$ donc il a obtenu une remise de 9,6 %.
3. Simon a obtenu la plus forte remise en euros (2 400 €), mais Lucie a donc obtenu la meilleure remise en pourcentage (11 %).

60 **1.** $\frac{5}{100} \times 1850 = 92{,}50$ donc le nouveau salaire de Gérard est de $1\,850 + 92{,}50 = 1\,942{,}50$ €.
$\frac{5}{100} \times 800 = 40$ donc le nouveau salaire de Tom est de $800 + 40 = 840{,}00$ €.
$\frac{5}{100} \times 1350 = 67{,}5$ donc le nouveau salaire de Djamila est de $1\,350 + 67{,}50 = 1\,414{,}50$ €.
2. $\frac{60}{1\,200} = 0{,}05 = \frac{5}{100}$ donc le pourcentage d'augmentation pour Lucie est de 5 %.
$\frac{60}{1\,600} \approx 0{,}037$ soit environ $\frac{3{,}7}{100}$ donc le pourcentage d'augmentation pour Lisa est d'environ 3,7 %.
$\frac{60}{1\,350} \approx 0{,}044$ soit environ $\frac{4{,}4}{100}$ donc le pourcentage d'augmentation pour Marc est de 4,4 %.

■ Je travaille seul(e)

61 B **62** B **63** C **64** B **65** B

66 **a.** Faux : la taille ne double pas entre 1 et 2 ans par exemple.
b. Vrai : le prix affiché est le tarif par litre.
c. Faux : la température ne double pas s'il y a deux fois plus de soleil.

67 $\frac{100}{1} = 100$ et $\frac{180}{2} = 90$. Les tarifs de cette salle de sport ne sont pas proportionnels à la durée d'abonnement.

68 **a.** Le tableau est un tableau de proportionnalité.
b. Le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

69 Pour Taïs :
$\frac{260}{3{,}90} = \frac{136}{2{,}04} = \frac{142}{2{,}13} = \frac{120}{1{,}80} = \frac{2}{3}$
donc le prix à payer est proportionnel au nombre de SMS envoyés.
Pour Nessim : $\frac{140}{2{,}8} = 50$ et $\frac{97}{2} = 48{,}5$ donc le prix à payer n'est pas proportionnel au nombre de SMS envoyés.

70 **a.**

2	8
7	**28**

b.

4	32
6	**48**

c.

3	4
15	20

d.

5	**7,5**
6	9

71 **a.**

6	7	**10**
42	**49**	70

b.

9	**18**	**198**
4	8	88

c.

8	**48**	96
1,5	9	**18**

d.

12	15	20
72	90	**120**

72

Consommation (en L)	6,5	**22,1**	52
Distance (en km)	100	340	**800**

73 **1.** Je gagnerai 1 470 € en travaillant 21 jours.
2. Pour gagner 980 €, je dois travailler 14 jours.

74 **1.** Il faut 20 litres pour peindre 50 m^2.
2. Avec un pot de 25 kg, on peut peindre 62,5 m^2.

75 **1.** En 2 h, il s'écoule 2 000 L.
2. Pour 18 000 L, il faut 1 080 minutes soit 18 h.

76 **1.** Léa parcourt 21,2 km en 4 heures.
2. Il lui faudra 8 heures pour parcourir 42,4 km.

77 **1.** $33 \times 75 = 2\,475$ cm $= 24{,}75$ m. La longueur réelle de la Santa Maria était de 24,75 m.
2. $\frac{8}{75} \approx 0{,}107$ m, soit 10,7 cm. La largeur de la maquette est d'environ 10,7 cm.

78 **1.** 40 % de 800 se calcule par $0{,}4 \times 800 = 320$. Il y a 320 lapins blancs.
2. $\frac{260}{800} = 0{,}325$, donc le pourcentage de lapins noirs est de 32,50 %.

79 Richard : $\frac{85}{120} \approx 0{,}7083$, soit environ 70,83 %.

Jo-Wilfried : $\frac{85}{130} \approx 0{,}6846$, soit environ 68,46 %.

Donc Richard a un meilleur taux de réussite.

80 **1.** Collège Molière : $\frac{90}{600} = 0{,}15$, soit 15 %.

Collège Racine : $\frac{70}{400} = 0{,}175$, soit 17,5 %.

Le pourcentage d'élèves partant en classe de neige est le plus important dans le collège Racine.

2. Il y a 90 + 70 = 160 élèves qui partent en classe de neige sur un total de 600 + 400 = 1 000, soit une proportion de $\frac{160}{1\,000} = 0{,}16$, soit 16 %.

Je résous des problèmes

81 **1.** $\frac{24}{100} = 0{,}24$ et $\frac{6}{20} = 0{,}30$.

La proportion de sucre est plus importante dans le paquet de gâteaux au chocolat.

2.

	Pour 100 g	Pour un palet de 15 g
Valeur énergétique	2 146 kJ	**321,9 kJ**
Protéines	6 g	**0,9 g**
Glucides **dont sucre**	61 g 24 g	**9,15 g** **3,6 g**
Lipides **dont acides gras saturés**	27 g 17 g	**4,05 g** **2,55 g**

	Pour 100 g	Pour un gâteau de 20 g
Valeur énergétique	**1 830 kJ**	366 kJ
Protéines	**6 g**	1,2 g
Glucides **dont sucre**	**65,5 g** **30 g**	13,1 g 6 g
Lipides **dont acides gras saturés**	**16 g** **9 g**	3,2 g 1,8 g

82 **1.**

	A	B	C	D	E	F	G
1	Nombre de voyages	**6**	**10**	**16**	**20**	**24**	**52**
2	Prix payé avec la formule A	12	20	32	40	48	104
3	Prix payé avec la formule B	26	30	36	40	44	72

2. Il y a proportionnalité entre le prix de la formule A et le nombre de voyages, car on multiplie le nombre de voyages par 2 pour avoir le tarif A.

$\frac{30}{10} = 3$ et $\frac{40}{20} = 2$ donc il n'y a pas proportionnalité entre le prix de la formule B et le nombre de voyages.

3. 15 voyages coutent 30 € avec le tarif A et 35 € avec le tarif B. Le tarif A est plus économique.

28 voyages coutent 56 € avec le tarif A et 48 € avec le tarif B. Le tarif B est plus économique.

83 **1.** Dans le premier verre, il y a 12 + 3 = 15 cL de liquide dont 3 cL de sirop soit : $\frac{3}{15} = 0{,}2 = \frac{20}{100}$. Donc le premier verre contient 20 % de sirop.

Dans un second verre, il y a 4 + 20 = 24 cL de liquide dont 4 cL de sirop soit : $\frac{4}{24} \approx 0{,}166$. Donc le second verre contient environ 17 % de sirop.

La boisson la plus colorée est la première.

2.

Première boisson		
Quantité de sirop (en cL)	**Quantité d'eau** (en cL)	**Total** (en cL)
3	12	15
60	**240**	300

Seconde boisson		
Quantité de sirop (en cL)	**Quantité d'eau** (en cL)	**Total** (en cL)
4	20	24
50	**250**	300

Pour la première préparation, il devra prévoir 60 cL de sirop et 240 cL d'eau.

Pour la seconde préparation, il devra prévoir 50 cL de sirop et 250 cL d'eau.

84 En mesurant, on trouve 7cm et

7 cm × 200 000 = 1 400 000 cm soit 14 km.

La distance réelle est de 14 km.

85 **1.** 340 × 5 = 1 700 donc le son peut parcourir 1 700 m en 5 secondes.

340 × 60 = 20 400 donc le son peut parcourir 20 400 m soit 20,4 km en 1 minute.

2. 3 × 340 = 1 020 donc le tonnerre parcours environ 1000 m soit 1 km en 3 secondes. Donc la méthode du grand-père de Lisa est cohérente.

86 **1.**

Verticalement	15	**180**
Horizontalement	100	1 200

Fatou monte de 180 m (verticalement).

2. La différence d'altitude est de 2 250 – 1 300 = 1 350.

Verticalement	60	1 350
Horizontalement	100	**2 250**

Romain a avancé de 2 250 m (horizontalement).

87 **1.**

	Burj Dubaï	Tapeï 101	Shanghai WFC	Petronas TT	Willis Tower	Empire SB
Hauteur réelle (en cm)	81 800	50 800	49 200	45 000	52 700	44 300
Hauteur de la maquette (en cm)	**163,6**	**101,6**	**98,4**	**90**	**105,4**	**88,6**

$\times \frac{1}{500}$

2. a. $\frac{60}{45\,0000} = \frac{1}{750}$ donc l'échelle de la reproduction de Louis est $\frac{1}{750}$.

b.

	Burj Dubaï	Tapeï 101	Shanghai WC	Petronas TT	Willis Tower	Empire SB
Hauteur réelle (en cm)	81 800	50 800	49 200	45 000	52 700	44 300
Hauteur de la maquette (en cm)	**environ 109,1**	**environ 67,7**	**65,6**	60	**environ 70,2**	**environ 59,1**

$\times \frac{1}{750}$

88 **1.** $\frac{17,5}{1000} \times 25\,000 = 4\,375$ et $25\,000 - 4\,375 = 20\,625$ donc au 1er janvier 2017, la valeur de la voiture d'Olivier est de 20 625 €.

$\frac{17,5}{1000} \times 20\,625 = 3\,609,375$ et $20\,625 - 3\,609,375 = 17\,015,625$ donc au 1er janvier 2018, la valeur de la voiture d'Olivier est de 17 015,63 € environ.

2. La moitié de 25 000 € est 12 500 €.

En continuant, pour chaque année, à enlever 17,5 % de la valeur précédente on obtient :

Année	Valeur au 1er janvier
2016	25 000,00 €
2017	20 625,00 €
2018	17 015,63 €
2019	14 037,89 €
2020	11 581,26 €

Ainsi au bout de 4 ans, la valeur de la voiture d'Olivier sera inférieure à la moitié de son prix d'achat.

89 $\frac{90}{120} \times 16 = 12$. $\frac{90}{120} \times 36 = 27$. $\frac{90}{120} \times 120 = 90$.

$\frac{90}{120} \times 180 = 135$. $\frac{90}{120} \times 20 = 15$. $\frac{90}{120} \times 1\,800 = 1\,350$.

$\frac{90}{120} \times 6 = 4,5$. $\frac{90}{120} \times 450 = 337,5$.

Donc pour les 90 invités supplémentaires, Gustavo doit prévoir 12 bouteilles de champagne, 27 litres de jus de fruits de la passion, 90 toasts de caviar, 135 toasts au saumon citronné, 15 toasts à la citrouille, 1350 g de cacahuètes grillées, 4,5 kg d'olives, 338 petits gâteaux au chocolat.

90 Route de ville : $\frac{30}{50} \times 80 = 48$ donc 30 mph correspond à environ 48 km/h donc la limitation est plus stricte est Angleterre.

Route nationale : $\frac{60}{50} \times 80 = 96$ donc 60 mph correspond à environ 96 km/h donc la limitation est plus stricte est France.

Autoroute : $\frac{70}{50} \times 80 = 112$ donc 70 mph correspond à environ 112 km/h donc la limitation est plus stricte est Angleterre.

Dans les autres matières

91 **1.** L'image mesure 2,6 cm. $2,6 : 2\,000 = 0,0013$ cm soit 0,000 0013 m ou encore 13 µm.

2. 8 µm = 0,000 008 m = 0,000 8 cm et $\frac{2,4}{0,000\,8} = 3000$ donc cet agrandissement est à l'échelle 3 000.

92 $\frac{20}{28} \times 24 = 17$. 17 pupils in 5B are going to London if the same proportion of pupils in both classes goes on the trip.

93 Longueur de l'image = 8,8 cm.

Longueur réelle = 7,77 m = 777 cm.

Échelle $= \frac{8,8}{777} = \frac{1}{88}$.

Jeux mathématiques

94

A	B	C	D
2	2	5	■
6	■	3	8
1	7	5	0
■	2	2	5

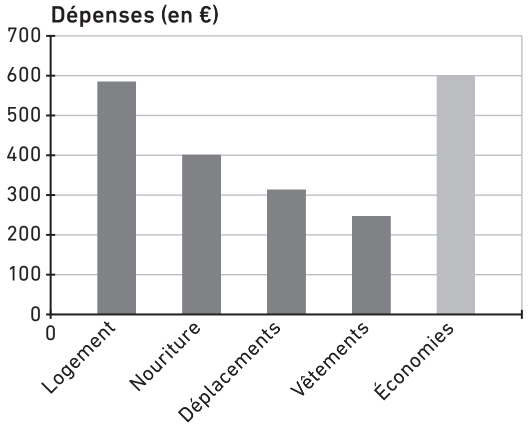
95 7 personnes minimum (3 garçons et 4 filles).

96 Mélange A : pot 1. Mélange B : pot 5.
Mélange C : pot 2. Mélange D : pot 4.
Mélange E : pot 3.
Les pots sont numérotés de 1 à 5 de haut en bas.

97 300 bonbons.

■ Devoirs à la maison

98 **1.** Logement : $\frac{590}{2\,160} \approx 0{,}273$ donc Picsou dépense environ 27,3 % pour son logement.
Nourriture : $\frac{404}{2\,160} \approx 0{,}187$ donc Picsou dépense environ 18,7 % pour la nourriture.
Déplacements : $\frac{316}{2\,160} \approx 0{,}146$ donc Picsou dépense environ 14,6 % pour ses déplacements.
Vêtements : $\frac{250}{2\,160} \approx 0{,}116$ donc Picsou dépense environ 11,6 % pour ses vêtements.
Il place le reste de son argent dans son coffre-fort.
2. 2 160 – (590 + 404 + 316 + 250) = 600 donc Picsou met 600 € au coffre-fort chaque mois.
3.



99 On mesure 7 cm sur l'image entre les deux points rouges.
70 km = 70 000 m = 7 000 000 cm.
7/70 000 000 = 1/10 000 000 donc l'échelle correspondant à cette photographie est 1/10 000 000.

100 À vérifier sur le cahier de l'élève.
(Le plan du court doit mesurer 5,5 cm de large et 11,9 cm de long).

■ Avec un logiciel

Activité 1. Sécurité routière et ASSR

• Considérations didactiques et mise en pratique
Cette activité utilisant un tableur propose l'étude d'une situation abordée dans le cadre de l'ASSR de 5^e : les distances de sécurité.
Elle permet de travailler et de développer plusieurs compétences mathématiques :
– l'étude de la distance de réaction d'un véhicule (proportionnelle à sa vitesse), permet de compléter, à l'aide du tableur, un tableau par proportionnalité ;
– l'étude de la distance de freinage d'un véhicule (non proportionnelle à sa vitesse), permet d'utiliser et d'appliquer une formule (compétence en relation avec l'étude des expressions littérales).
La reconnaissance de la proportionnalité peut elle aussi être facilitée par l'usage raisonné du tableur.

• Correction
1. a. Le temps de réaction d'un conducteur peut être influencé par sa concentration, sa fatigue, sa forme physique…
b. Il y a 3 600 secondes en 1 heure.
2. a. Voir tableau plus bas.
b. On peut obtenir la distance parcourue en 1 seconde par un véhicule en divisant la vitesse en km/h par 3,6. La formule à saisir en B2 est « = A2/3,6 »

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	vitesse (en km/h)	**5**	**10**	**30**	**50**	**70**	**90**	**110**	**130**	**150**
2	distance de réaction (en m)	1,389	2,778	8,333	13,89	19,44	25	30,56	36,11	41,67

3. a. La distance de freinage peut être influencée par l'état de la route, l'état du véhicule, la vitesse…
b. $(90 \times 90) \div (254 \times 0{,}8) = 39{,}86$ m.
4. a. Voir plus bas.
b. La formule à saisir en B5 est « = A5*A5/(254*0,8) »
c.

4	vitesse (en km/h)	**5**	**10**	**30**	**50**	**70**	**90**	**110**	**130**	**150**
5	distance de freinage (en m)	0,123	0,492	4,429	12,3	24,11	39,86	59,55	83,17	110,7

d. La distance de freinage n'est pas proportionnelle à la vitesse du véhicule.
5. a. La formule à saisir en B8 est « = B2+B5 »
b.

7	vitesse (en km/h)	**5**	**10**	**30**	**50**	**70**	**90**	**110**	**130**	**150**
8	distance d'arrêt (en m)	1,512	3,27	12,76	26,19	43,56	64,86	90,1	119,3	152,4

c. La distance d'arrêt n'est pas proportionnelle à la vitesse du véhicule.

Activité 2. Périmètre d'un cercle et aire d'un disque

• Considérations didactiques et mise en pratique
L'objectif de cette activité est l'étude à l'aide du tableur de situations de proportionnalité en géométrie. Plus précisément, l'idée est de découvrir, à l'aide du logiciel, si le périmètre d'un cercle et l'aire d'un disque sont proportionnels à la longueur de leur rayon. Là encore, le tableur se révèle être un outil intéressant pour étudier rapidement un grand nombre de cas et mettre en évidence, à l'aide de tableaux, des situations de proportionnalité et de non-proportionnalité facilement identifiables par l'élève.
Pour aller plus loin : on peut proposer à certains élèves la construction de graphique (nuage de points, courbe…) représentant ces deux situations et permettant une première

approche (non exigible) de la caractérisation graphique de la proportionnalité.

• ***Correction***

1. Pour un disque de rayon 4 cm, le périmètre est d'environ 25,1 cm et l'aire d'environ 50,3 cm^2.

2. a. et **b.**

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	longueur du rayon (en cm)	2	3	4	5	7	10	22	37
2	périmètre du cercle (en cm)	12,57	18,85	25,13	31,42	43,98	62,83	138,23	232,48

c. Le rayon d'un cercle et son périmètre sont proportionnels, car on multiplie le rayon par un même nombre (2π) pour obtenir le périmètre.

3. a. et **b.**

4	longueur du rayon (en cm)	2	3	4	5	7	10	22	37
5	aire du disque (en cm²)	12,6	28,3	50,3	78,5	154	314	1521	4301

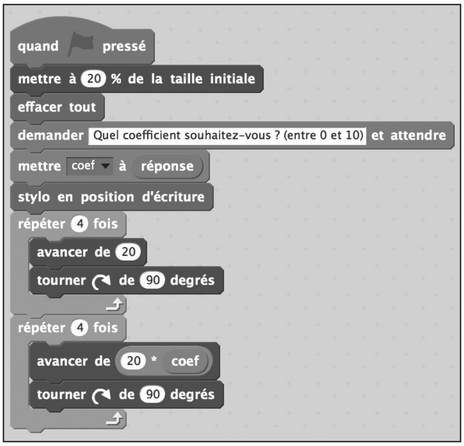
c. Le rayon d'un disque et son aire ne sont pas proportionnels.

Activité 3. Petit carré deviendra grand

• ***Considérations didactiques et mise en pratique***

L'objectif de cette activité est d'utiliser Scratch pour construire un carré et étudier l'effet d'un agrandissement (de coefficient choisi par l'utilisateur) sur ce carré.

• ***Correction***



■ Tâches complexes

1. Le tour de l'île d'Yeu à vélo

En utilisant l'échelle, on peut établir une approximation de la longueur du tour de l'île en vélo : environ 30 km. Il faudra donc environ 6 heures à Léa pour faire cette balade. Ce qui correspond à une location de 19,00 €.

2. Les problèmes DUDU

Sur le plan, on voit clairement la piste de l'aéroport qui, en réalité, mesure 2,9 km de long. On mesurant cette longueur sur le plan, ainsi que celle du parcours bleu, on peut donc estimer la longueur du trajet en montgolfière qui est d'environ 14 km.

chapitre 6

Statistiques et probabilités

I. Le programme

Thème B – Organisation et gestion de données, fonctions

La plupart des notions travaillées dans ce thème ont déjà été abordées aux cycles précédents. Au cycle 4, les élèves apprennent à utiliser une représentation adaptée de données pour en faire une interprétation critique. Ils abordent les notions d'incertitude et de hasard, afin de construire une citoyenneté critique et rationnelle. Ils apprennent à choisir une méthode adaptée au problème de proportionnalité auquel ils sont confrontés. Ils découvrent progressivement la notion de fonction, qui leur permet d'accéder à de nouvelles catégories de problèmes.

Attendus de fin de cycle

- Interpréter, représenter et traiter des données
- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités
- Résoudre des problèmes de proportionnalité
- Comprendre et utiliser la notion de fonction

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Interpréter, représenter et traiter des données	
■ **Recueillir des données, les organiser*.** ■ **Lire des données sous forme de données brutes, de tableau, de graphique.** ■ **Calculer des effectifs, des fréquences.** – Tableaux, représentations graphiques (diagrammes en bâtons, diagrammes circulaires, histogrammes). ■ **Calculer et interpréter des caractéristiques de position ou de dispersion d'une série statistique.** – Indicateurs : moyenne, médiane, étendue.	■ Utiliser un tableur, un grapheur pour calculer des indicateurs et représenter graphiquement les données. ■ Porter un regard critique sur des informations chiffrées, recueillies, par exemple, dans des articles de journaux ou sur des sites web. ■ Organiser et traiter des résultats issus de mesures ou de calculs (par exemple, des données mises sur l'environnement numérique de travail par les élèves dans d'autres disciplines) ; questionner la pertinence de la façon dont les données sont collectées. ■ Lire, interpréter ou construire un diagramme dans un contexte économique, social ou politique : résultats d'élections, données de veille sanitaire (par exemple consultations, hospitalisations, mortalité pour la grippe), données financières relatives aux ménages (par exemple impôts, salaires et revenus), données issues de l'étude d'un jeu, d'une œuvre d'art…
Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités	
■ **Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.**	■ Faire le lien entre fréquence et probabilité, en constatant matériellement le phénomène de stabilisation des fréquences ou en utilisant un tableur pour simuler une expérience aléatoire (à une ou à deux épreuves).

■ **Calculer des probabilités dans des cas simples.** – Notion de probabilité. – Quelques propriétés : la probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1 ; probabilité d'évènements certains, impossibles, incompatibles, contraires.	■ Exprimer des probabilités sous diverses formes (décimale, fractionnaire, pourcentage). ■ Calculer des probabilités dans un contexte simple (par exemple, évaluation des chances de gain dans un jeu et choix d'une stratégie).

** En **gras** : ce qui est traité dans ce chapitre.*

II. Contexte du chapitre

Au cours du cycle 3, les élèves ont été mis en situation de prendre de l'information à partir de tableaux, de diagrammes ou de graphiques, puis de réaliser ce type de présentation pour organiser des données.
Au cycle 4, plusieurs nouvelles compétences mathématiques font leur apparition : le calcul de moyenne, de médiane, d'étendue d'une série de données.
L'utilisation de feuilles de calcul reste un attendu fort du programme. Elles permettent, à l'aide de formules, de réaliser des calculs sur un grand nombre de données, mais aussi de représenter graphiquement ces données. Plusieurs de nos activités et de nos exercices, souvent conduits à partir d'exemples en liaison avec l'enseignement des autres disciplines et l'étude des thèmes de convergence, permettent de développer à la fois ces compétences mathématiques et ces compétences « tableur ».
Les caractéristiques de position d'une série statistique sont introduites dès le début du cycle. Les élèves rencontrent des caractéristiques de dispersion à partir de la 4e.
Parallèlement, dès le début et tout au long du cycle 4, sont abordées des questions relatives au hasard, afin d'interroger les représentations initiales des élèves, en partant de situations issues de la vie quotidienne (jeux, achats, structures familiales, informations apportées par les médias, etc.), en suscitant des débats.
On introduit et consolide ainsi petit à petit le vocabulaire lié aux notions élémentaires de probabilités (expérience aléatoire, issue, probabilité). Les élèves calculent des probabilités en s'appuyant sur des conditions de symétrie ou de régularité qui fondent le modèle équiprobable.
La mise en place du socle commun demande que les élèves en fin de collège connaissent « les notions de chance ou de probabilité ».
Ce chapitre répond pleinement à ces objectifs en permettant aux élèves de bien comprendre ce qu'est une expérience aléatoire, en passant de la fréquence d'un événement à la notion de probabilité et en mettant en jeu des activités et des exercices de la vie courante : jeux de cartes, jeux de société, problèmes de géométrie, jeux de hasard…

III. Ressources disponibles sur le site compagnon

Avant de commencer	■ Un QCM interactif pour faire le point
Cherchons ensemble	■ Fichiers textes modifiables des activités
Objectif 1 **Objectif 2** **Objectif 3** **Objectif 4**	■ Une vidéo « *Je comprends* » : Calculer une fréquence ■ Une vidéo « *Je comprends* » : Calculer une moyenne et une médiane ■ Une vidéo « *Je comprends* » : Lire un graphique ■ Une vidéo « *Je comprends* » : Résoudre un problème lié au hasard
Je travaille seul(e)	■ Un QCM interactif pour faire le point sur le cours
Avec un logiciel	Pour aider à la correction en vidéo-projection : ■ Activité 1 : Tableur ■ Activité 2 : Tableur ■ Activité 3 : Programme Scratch Pour que les élèves travaillent en autonomie : ■ Fiches logiciel (GeoGebra et Tableur) et leurs tutoriels vidéo
Les problèmes DUDU	■ Vidéo : L'exposé

IV. Corrections et intentions pédagogiques

■ Cherchons ensemble

Activité 1. Calculer des effectifs et des fréquences

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'activité 1 propose à la fois de faire découvrir les notions de vocabulaire propre aux études statistiques (effectif, effectif total, fréquence) et également de mener une première étude simple basée sur le dénombrement des réponses à une petite enquête. Les élèves sont invités à présenter les résultats de cette enquête dans un tableau, ce qui permet d'évoquer avec eux l'intérêt d'une telle présentation, synthétique et organisée.
Le calcul de la fréquence des réponses peut être mis en lien avec les notions de proportion et de pourcentage étudiés dans le chapitre 5 (proportionnalité).
Lors de la correction en classe de cette activité, l'utilisation d'un tableur peut être abordée.

• Correction

Classe	Paella	Lasagnes	Cassoulet	Pizza	Total
5^e A	7	7	3	11	28
5^e B	9	5	7	3	24
5^e C	11	6	5	4	26
Total	27	18	15	18	78
Fréquence (en %)	34,62	23,08	19,23	23,08	100,00

Activité 2. Étudier les caractéristiques de position d'une série

• Considérations didactiques et mise en pratique

Dans le nouveau programme, les caractéristiques de position d'une série de données sont étudiées dès le début du cycle 4. L'objectif de cette activité est d'amener l'élève à trouver simplement le calcul permettant de déterminer la moyenne d'une série de données, mais aussi à percevoir le sens de ce nombre pour une série de valeur. L'activité permet aussi de découvrir la notion de valeur médiane d'une série et d'en percevoir la différence par rapport à la moyenne.

• Correction

1. Distance totale : 90 km.
2. Distance moyenne : $\frac{90}{5} = 18$ km.
3. Distance médiane : 15 km.
4. On pourra profiter de cette activité pour montrer que la moyenne d'une série est comprise entre la plus petite et la plus grande valeur de la série, mais n'est pas forcément égale à une des valeurs de la série (ici, 18 km n'est pas une des cinq distances parcourues).

Activité 3. Étudier des données sous forme de tableaux ou de graphiques

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'activité 3 est une activité rapide de lecture de diagramme à barres. Elle permet de vérifier que les élèves savent lire des renseignements sur ce type de graphique.
On pourra également leur montrer que ces diagrammes sont très adaptés à la comparaison de données (comparaison de la puissance installée chaque année), et qu'il permet éventuellement de connaitre la puissance totale installée en ajoutant la valeur de toutes les barres (si le graphique est complet).

• Correction

1. En 2012, la puissance des éoliennes installées fut de 822 MW.
2. La puissance des éoliennes installées en 2014 est de 963 MW.
3. C'est en 2009 que la puissance installée a été la plus grande.

Activité 4. Aborder des situations simples liées au hasard

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'objectif de cette activité est de définir la notion d'expérience aléatoire et de bien distinguer les situations dont les résultats sont dus au hasard de celles dont les résultats sont prévisibles. On évoque la notion d'évènement et on pourra introduire également la notion d'« issue ».
Cette activité permet de définir une expérience aléatoire comme une expérience vérifiant trois conditions :
– les issues possibles sont connues,
– le résultat n'est pas prévisible,
– l'expérience est reproductible dans les mêmes conditions.

• Correction

1. a. Il y a 2 résultats possibles pour l'expérience 1 : « pile » et « face ».
b. et **c.** Le résultat n'est pas prévisible et l'expérience est reproductible dans les mêmes conditions. C'est donc une expérience aléatoire.
2. a. Les expériences 2, 4 et 5 sont des expériences aléatoires. L'expérience 3 n'est pas une expérience aléatoire, car le résultat ne dépend pas seulement du hasard.
b. Pour l'expérience 1, il y a deux résultats possibles : « pile » et « face ».
Pour l'expérience 2, il y a six résultats possibles : « le nombre inscrit est 1, 2, 3, 4, 5, et 6 ».
Pour l'expérience 4, il y a trois résultats possibles : « la boule est blanche », « la boule est noire », « la boule est rouge ».
Pour l'expérience 5, il y a quatre résultats possibles : « la couleur du secteur est verte », « la couleur du secteur est bleue », « la couleur du secteur est jaune », « la couleur du secteur est rouge ».
3. a. L'évènement (faire « pile » dans l'expérience 1) a 1 chance sur 2 de se réaliser.

b. L'évènement faire « un 6 » en lançant le dé a 1 chance sur 6de se réaliser.
c. L'évènement tirer « une boule blanche dans l'urne » a 1 chance sur 4 de se réaliser.
d. L'évènement obtenir « la couleur rouge » en lançant la roue a 1 chance sur 8 de se réaliser.
C'est donc l'évènement (faire « pile » dans l'expérience 1) qui a le plus de chance de se réaliser.

■ Objectif 1. Calculer des effectifs et des fréquences

Je m'entraine

1 **a.** 6 € **b.** 60 L **c.** 126 g **d.** 9 m

2 **1.** 25 élèves ont répondu à ce sondage.
2. Il y a eu 5 réponses différentes : 0, 1, 2, 3 et 4.
3.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4
Effectif	2	10	6	6	1

3 **1.** L'effectif total est de 80.
2.

	Effectif	Fréquence (en %)
Programmeurs numériques	22	27,5
Électroniciens	32	40
Infographistes	6	7,5
Commerciaux	20	25
Total	80	100

4

Face obtenue	1	2	3	4	5	6
Effectif	2	5	3	3	2	5

Je résous des problèmes simples

5 **1.** $\frac{22,5}{100} \times 12\,000\,000 = 2\,700\,000$ donc 2 700 000 visiteurs sont venus au printemps.
2.

	Effectif	Fréquence (en %)
Printemps	2 700 000	22,5
Été	5 400 000	45
Automne	2 400 000	20
Hiver	1 500 000	12,5
Total	12 000 000	100

6 **1.** $\frac{20}{100} \times 120 = 24$. Donc 24 élèves souhaitent aller au Mont-Saint-Michel.

2.

	Effectif	Fréquence (en %)
Mont-St-Michel	24	20
Paris	21	17,5
L'île de Ré	33	27,5
Le Puy du Fou	42	35
Total	120	100

3. La destination choisie par le plus grand nombre d'élèves est « Le Puy du Fou ».

7

Parfums	Nombre de glaces (effectifs)
Fraise	7
Vanille	9
Chocolat	14
Total	30

8

Marque de voitures	Nombre de véhicules neufs vendus en 2014	Fréquence (en %)
Groupe Renault	577 625	26,6
Groupe PSA	622 134	28,7
Marques étrangères	968 219	44,7
Total	2 167 978	100

Les véhicules de marques étrangères représentent un peu moins de la moitié des ventes de voitures neuves en France.

9

Lettre	*a*	*m*	*o*	*e*	*i*	*l*
Effectif	7	4	3	8	4	4

10 **1.**

Tribunes	Effectif	Fréquence (en %)
Tribune haute	1 250	25
Tribune d'honneur	1 800	36
Tribune latérale gauche	1 050	21
Tribune latérale droite	900	18
Total	5 000	100

2. 900 personnes ont pris place dans la tribune latérale droite.
3. Il y avait plus de spectateurs dans la tribune d'honneur.

Objectif 2. Étudier les caractéristiques de position d'une série de données

Je m'entraine

11 Série A : moyenne = 10. Médiane = 10.
Série B : moyenne = 12. Médiane = 13.
Série C : moyenne = 137. Médiane = 137.

12 **1.** et **2.**
Série A : moyenne = 13. Médiane = 15.
Série B : moyenne = 13. Médiane = 12.

13 **1.** et **2.**
Série A : moyenne = 8. Médiane = 6.
Série B : moyenne = 5. Médiane = 6.

14 **1.** et **2.**
Série A : moyenne = 46. Médiane = 40.
Série B : moyenne = 46. Médiane = 40.
3. La série A est plus étendue (80 de différence entre la plus petite et la plus grande valeur) que la série B (20 de différence).

15 **a.** Série A : moyenne = 5. Médiane = 5.
b. Série B : moyenne = 14. Médiane = 13.
c. Série C : moyenne = 60. Médiane = 50.

16 **a.** Série A : moyenne = 6,6. Médiane = 5.
b. Série B : moyenne = 14,8. Médiane = 12.
c. Série C : moyenne = 7,5. Médiane = 5.
d. Série D : moyenne = 12,4. Médiane = 11.

17 Par exemple 20 ; 25 ; 45.

18 Par exemple 5 ; 5 ; 12 ; 14 ; 14.

Je résous des problèmes simples

19 $(13 + 14 + 7 + 8 + 16 + 10) : 6 \approx 11,33$.
1. La moyenne trimestrielle est d'environ 11,33.
2. La médiane d'Ali est 11,5.

20 $(12 + 12 + 15 + 6 + 9 + 18 + 10,5 + 13) : 8 = 11,9375$.
1. La moyenne trimestrielle est d'environ 11,9.
2. La note médiane est de 12.

21 **1.** $45 + 39 + 72 + 47 + 66 + 103 + 97 = 469$ donc le nombre total de SMS envoyés par Nolly au cours de la semaine est de 469.
2. $469 : 7 = 67$ donc le nombre moyen de SMS envoyés chaque jour est de 67.

22 **1. a.** et **b.** Avant compression, le poids moyen est de 2,914 Mo et le poids médian est de 3,2 Mo.
2. a. et **b.** Après compression, le poids moyen est de 186,3 ko et le poids médian est de 199 ko.
3. Avant la compression, le poids total était de 20,4 Mo soit 20 400 ko.
Après la compression, le poids total est de 1 304 ko.
Le gain de place est de 19 096 ko soit 19,096 Mo.

23 **1.**

Masse du sac (en kg)	12	15	20
Nombre de commandes	7	4	5

2. $(12 \times 7 + 15 \times 4 + 20 \times 5) : (7 + 4 + 5) = 15,25$ donc la masse moyenne d'une commande est de 15,25 kg.

24 $P = \dfrac{10 \times 4\,500 + 15 \times 8\,000 + 18 \times 7\,000 + 25 \times 3\,000}{4\,500 + 8\,000 + 7\,000 + 3\,000}$
$= \dfrac{366\,000}{225\,000} \approx 16,27$
Le prix moyen d'une place dans ce stade est d'environ de 16,27 €.

25 **1.** $142,00 + 99,00 + 312,15 + 101,00 + 147,00 + 88,50 + 112,45 + 207,14 + 57,14 + 67,25 + 147,27 + 100,50 + 142,00 + 214,14 + 123,65 = 2\,061,19$ €.
Le coût total des vacances est de 2 061,19 €.
2. $2016,19 : 15 = 137,41$ donc la dépense moyenne journalière est de 137,41 €.
3. La valeur médiane est la 8^{e} dépense (dans l'ordre croissant), c'est-à-dire 123,65 €.

Objectif 3. Étudier des données sous forme de tableaux ou de graphiques

Je m'entraine

26 **a.** 5 % : jaune.
b. 20 % : vert.
c. 30 % : orange.
d. 45 % : bleu.

27 **1.** Il y a 45 poussins garçons.
2. Il y a 47 minimes filles.
3. Le nombre total de poussins est de 99.
4. Le nombre de benjamines est de 53.
5.

Catégories	Garçons	Filles	Total
Poussin	45	54	99
Benjamin	49	53	102
Minime	53	47	100
Cadet	49	48	97
Total	196	202	398

6. Il y a 49 cadets garçons.

28 **1.** En 2000, 54 % des français étaient âgés de 20 à 60 ans.
2. Selon les prévisions, en 2050, 32 % des français auront plus de 60 ans.

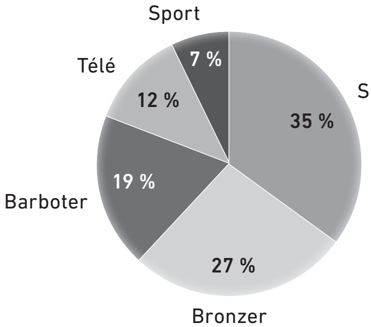
Je résous des problèmes simples

29 **1.** 2,9 % des auditeurs écoutent Rire et Chansons, pour une durée moyenne de 0 h 57 min.
2. NRJ a la plus grosse part d'audience.
3. RFM a la durée moyenne d'écoute par auditeur la plus importante.
4. Classement :
1 : NRJ.
2 : Fun Radio.
3 : Skyrock.
4 : Nostalgie.
5 : RFM.
6 : Virgin Radio et Chérie FM
7 : RTL2.
8 : Rire et Chansons.
9 : Radio Nova.

30 **1.**

Activité	Fréquence (en %)	Angle
Sieste	35	126°
Bronzer	27	97,2°
Barboter	19	68,4°
Télé	12	43,2°
Sport	7	25,3°
Total	100	360°

2.

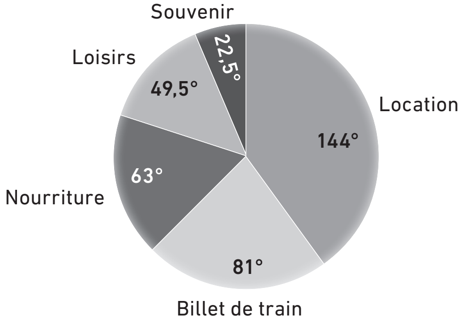


Répartition des activités au club Bed.

31 **1.** Le budget total de ses vacances était de 800 €.

	Montant (en €)	Angle pour le diagramme circulaire
Billet de train	180	81°
Location	320	144°
Nourriture	140	63°
Loisirs	110	49,5°
Souvenir	50	22,5°
Total	800	360°

2.



Répartition des dépenses de vacances.

32 **1.** Le film *Bienvenue chez les Ch'tis* a enregistré environ 20,50 millions de spectateurs.
2. Le film *Avatar* a enregistré environ 14,8 millions de spectateurs.
3. Le film *Titanic* a enregistré le plus grand nombre d'entrées.
4. La *Grande Vadrouille* a été vu par environ 17 300 000 spectateurs.

■ Objectif 4. Aborder des situations simples liées au hasard

Je m'entraine

33 **1.** b. : le blanc.
2. b. : 3.

34 **1.** C'est bien une expérience aléatoire, car :
– les issues possibles sont connues : rouge et bleu,
– le résultat n'est pas prévisible,
– l'expérience est reproductible dans les mêmes conditions.
2. Il y a deux issues : « la boule est rouge » et « la boule est bleue ».

35 **1.** C'est bien une expérience aléatoire, car :
– les issues possibles sont connues : rouge et bleu,
– le résultat n'est pas prévisible,
– l'expérience est reproductible dans les mêmes conditions.
2. Il y a six issues : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

36 **1.** Ce n'est pas une expérience aléatoire, car on peut prévoir le résultat : 6.
2. Il y a une seule issue : 6.

37 A : correcte.
B, C et D : incorrectes.

Je résous des problèmes simples

38 **1.** : faux. **2.** : faux. **3.** : faux. **4.** : vrai.

39 **1.** Il y a 4 issues possibles : orange, rose, bleu, jaune.
2. Le bleu a le plus de chance de sortir.
3. Le jaune a le moins de chance de sortir.

40 **1.** Lilou se trompe : toutes les issues ont la même chance de se produire.
2. Non.
3. Il y a 3 nombres pairs : 2, 4 et 6 et seulement 3 multiples de 3 : 3 et 6 donc elle a plus de chance d'avoir un nombre pair.

41 **1.** Il y a 3 triangles et 4 carrés donc il n'a pas autant de chances d'obtenir un triangle qu'un carré.
2. Il y a 5 figures rouges et 3 figures bleues donc il a plus de chances d'obtenir une figure rouge qu'une figure bleue.
3. Il y a deux triangles rouges et deux carrés rouges donc il a autant de chances d'obtenir l'un que l'autre.

42 **1.** et **2.** Il y a 27 mots différents possibles :
MMM MMA MMT MAM MAA MAT MTM MTA MTT
AMM AMA AMT AAM AAA AAT ATM ATA ATT
TMM TMA TMT TAM TAA TAT TTM TTA TTT
3. Mat n'a pas raison, car il a une chance sur 27 d'obtenir sur prénom.

■ Je travaille seul(e)

43 A **44** B **45** C **46** B **47** C

48

Emploi	Effectif	Fréquence (en %)
Menuisier	12	37,5 %
Plombier	8	25 %
Électricien	6	18,75 %
Maçon	6	18,75 %
TOTAL	32	100 %

49 $\frac{280}{350} = 0{,}8 = 80\ \%$.

50 **1.** L'effectif total est de 25.
2. 5 joueurs mesurent moins de 180 cm.
3. 4 joueurs mesurent plus de 200 cm et :
$\frac{4}{25} = 0{,}16 = 16\ \%$.

51 **a.** Moyenne = 11 et Médiane = 11.
b. Moyenne = 21,4 et Médiane = 22.
c. Moyenne = 200 et Médiane = 150.
d. Moyenne = 150 et Médiane = 75.

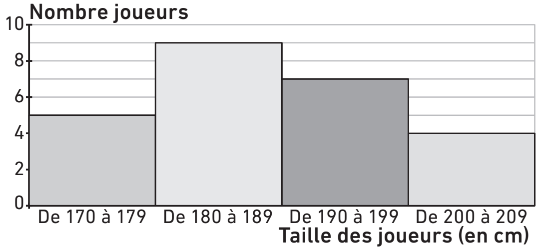
52 **1.** La taille moyenne est de 188,44 cm.
2. Dans l'ordre croissant, on a :
171 ; 177 ; 178 ; 179 ; 179 ; 181 ; 181 ; 182 ; 182 ; 185 ; 185 ; 187 ; 188 ; 188 ; 190 ; 192 ; 193 ; 194 ; 195 ; 197 ; 198 ; 201 ; 202 ; 203 ; 203.
3. La taille médiane est la 13^{e} de la liste précédente : 188 cm.

53 **1.** Le cours du blé dur était le plus élevé en 2007. Son prix était d'environ 500 € par tonne.
2. Le cours du blé était le plus bas en 2009. Son prix était d'environ 150 € par tonne.
3. Au 1er janvier 2014, la surface de production de blé était d'environ 280 milliers d'hectares.

54 **1.** Il y a 5 joueurs mesurant entre 170 cm et 180 cm.
2.

Taille (en cm)	de 170 à 179	de 180 à 189	de 190 à 199	de 200 à 209	Total
Effectif	5	9	7	4	**25**

3.



55 **1.** C'est bien une expérience aléatoire car :
– les issues possibles sont connues : jaune, blanc et noir ;
– le résultat n'est pas prévisible ;
– l'expérience est reproductible dans les mêmes conditions.
2. Il y a trois issues : « la boule est jaune », « la boule est blanche » et « la boule est noire ».

56 **1.** C'est bien une expérience aléatoire car :
– les issues possibles sont connues ;
– le résultat n'est pas prévisible ;
– l'expérience est reproductible dans les mêmes conditions.
2. Il y a 11 issues : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 et 12.

57 **1.** C'est possible.
2. Oui, elle a une chance sur 6.

58 **1.** Il y a trois issues : vert, rouge et jaune.
2. Le jaune a le plus de chance de sortir.
3. Le rouge a le moins de chance de sortir.

■ Je résous des problèmes

59 **1.** Le vert désigne les vitesses autorisées et le rouge les vitesses au delà de la limite.
2. 45 % des véhicules sont entre 120 et 130 km/h.
3. Environ 34 % des véhicules sont en excès de vitesse.

60 **1.** Oui. En 2012, 75,8 % de l'électricité française est d'origine nucléaire.
2. Éolien + Biomasse + Solaire + Hydraulique + Énergies marines = 2,7 + 0,9 + 0,7 + 11,1 + 0,1 = 15,5 % de la production électrique était d'origine renouvelable en 2012.
3. Parmi les énergies renouvelables, l'hydraulique est la plus utilisée en France.

61 **1.** En 2012, la Suède, la Lettonie, la Finlande et l'Autriche avaient une part de production énergétique à plus de 30 % d'origine renouvelable.

2. L'objectif de la France pour 2020 est de 23 %.
3. L'Estonie et la Bulgarie ont prévu de baisser leur part renouvelable dans leur production énergétique.

62 Il y a 16 résultats possibles : tous les nombres de 3 à 18.

63 En 2010 : $0,5 \times 530 = 265$ millions d'euros.
En 2011 : $1,5 \times 420 = 630$ millions d'euros.
En 2012 : $3,5 \times 325 = 1137,5$ millions d'euros.
En 2013 : $6,0 \times 240 = 1440$ millions d'euros.
En 2014 : $6,1 \times 200 = 1220$ millions d'euros.
En 2015 : $5,5 \times 200 = 1110$ millions d'euros.
Donc, c'est en 2013 que le chiffre d'affaires était le plus important.

64 **1.** La part de marché des téléphones Android était de 57,4 % en janvier 2013.
2. Microsoft Windows a plus que doublé ses parts de marché sur smartphone entre 2013 et 2015, puisque les ventes sont passées de 5,7 % , en 2013, à 13,0 % en 2015.

65 **1.** Cinq consoles ont été vendues à plus de 100 000 000 exemplaires dans le monde :
Playstation 2 ; Nintendo DS, GameBoy, Playstation, Wii.
2. La Nintendo Wii est sortie en 2006.
3. Le cumul des ventes de Sony est de 428 420 000 consoles.

66 **1.** La vague de chaleur la plus longue était en 1983.
2. Il y a eu une vague de chaleur de 10 jours en 1975 et en 2015.
3. La vague de chaleur de 1976 a duré 15 jours.
4. La vague de chaleur la plus intense a été enregistrée du 2 au 19 août 2003.

Dans les autres matières

67 **1. a.** 15 millions de personnes (de 12 ans et plus) avaient accès à Internet en janvier 2002.
b. 51 millions de personnes (de 12 ans et plus) vivaient en France en janvier 2002.
2. Le nombre de personnes de 12 ans et plus ayant accès à Internet a dépassé 30 000 000 en 2006.
3. Entre 2000 et 2010, le nombre de personnes de 12 ans et plus ayant accès a Internet est passé de 9 millions à près de 45millions donc il a été multiplié par 5. Pierre a raison.
4. En 2015, 48 millions de personnes de 12 ans et plus avaient accès à Internet à domicile dans une population totale de 58 millions. $\frac{48}{58} = 0,83$ soit 83 % environ. Donc Marie a raison.

68 **1.** $25\,000 \times 55 + 17\,000 \times 65 + 16\,000 \times 45 + 32\,000 \times 35 = 4\,320\,000$ livres sterling.
2. Soit en moyenne : $4\,320\,000 : 90000 = 48$ livres sterling en moyenne.

Jeux mathématiques

69 Avec la roulette, on a 3 chances sur 8 de gagner. $P = 0,375$.
Avec le dé cubique, on a 2 chances sur 6 de gagner. $P \approx 0,333$.
Avec le sac, on a 4 chances sur 10 de gagner. $P = 0,4$.
Il faut choisir le sac pour avoir le plus de chance de gagner.

70 Léo avait 32 billes.

71 Par exemple :

As	Roi	Dame	Valet
Valet	Dame	Roi	As
Roi	As	Valet	Dame
Dame	Valet	As	Roi

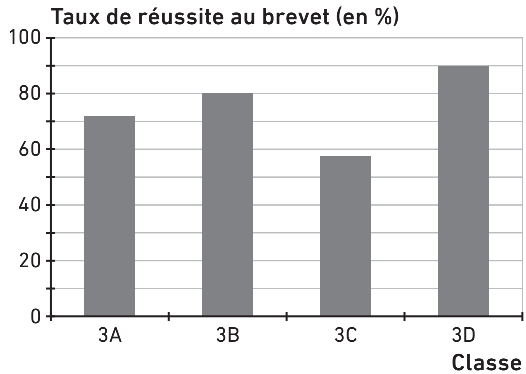
72 « Oui, ici, Lili et Bibi ont utilisé seize fois la lettre i, soit vingt pour cent des lettres inscrites. »

Devoirs maison

73 **1.**

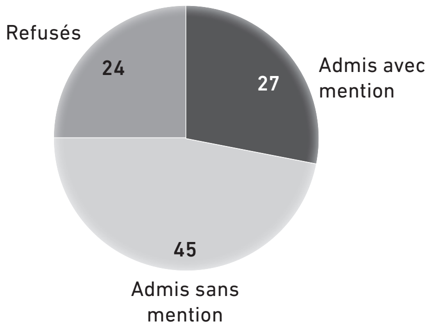
Classe de 3^e	3^{e}A	3^{e}B	3^{e}C	3^{e}D	Total
Effectif total de la classe	25	26	24	21	96
Nombre d'élèves admis avec mention	6	8	4	9	27
Nombre d'élèves admis sans mention	12	13	10	10	45
Nombre d'élèves refusés	7	5	10	2	24

2. En 3^e A : $\frac{18}{25} = 0,72$ donc 72 % de réussite.
En 3^e B : $\frac{21}{26} \approx 0,81$ donc environ 81 % de réussite.
En 3^e C : $\frac{14}{24} \approx 0,58$ donc environ 58 % de réussite.
En 3^e D : $\frac{19}{21} \approx 0,90$ donc environ 90 % de réussite.
Pour l'établissement : $\frac{72}{96} = 0,75$ donc 75 % de réussite.
3. Diagramme permettant de comparer le taux de réussite des quatre classes de 3^e.



4. La classe de 3^e D a le mieux réussi cet examen.

5. Diagramme illustrant la répartition des élèves de l'ensemble du collège suivant leur réussite à l'examen (admis avec mention / admis sans mention / refusés)



Répartition des élèves du collège

74 À vérifier sur le cahier de l'élève (en fonction du club choisi).

■ Avec un logiciel

Activité 1. Les effectifs du collège

• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette première activité numérique permet de voir que le tableur est un outil adapté à l'organisation et la gestion de données : calcul d'effectif, construction de diagrammes…

La première partie donnera l'occasion à l'élève de développer des compétences d'organisation de données (construction d'un tableau sur tableur) et d'effectuer quelques calculs à l'aide de formules simples.

La seconde partie lui permettra de tirer profit des possibilités du tableur pour programmer les calculs nécessaires à l'obtention des fréquences et construire les diagrammes permettant de comparer les données.

La troisième partie montrera toute la plus value du tableur par rapport aux travaux statistiques « papier-crayon » : en modifiant les données initiales, les effectifs, les fréquences et les diagrammes précédents sont automatiquement modifiés en conséquence.

• Correction

A. Saisie de données et calculs d'effectifs

1. À vérifier sur l'écran de l'élève.

2. Les formules suivantes peuvent convenir :

=B2+B3+B4+B5 =somme(B2:B5)

3. et **4.**

	A	B	C	D	E	F
1		6ème	5ème	4ème	3ème	
2	Verte	27	24	25	24	
3	Rouge	26	25	24	24	
4	Bleue	27	23	25	22	
5	Jaune	29	24	26	21	
6	effectif du niveau	**109**	**96**	**100**	**91**	**396**

B. Calculs de fréquences et construction de diagrammes

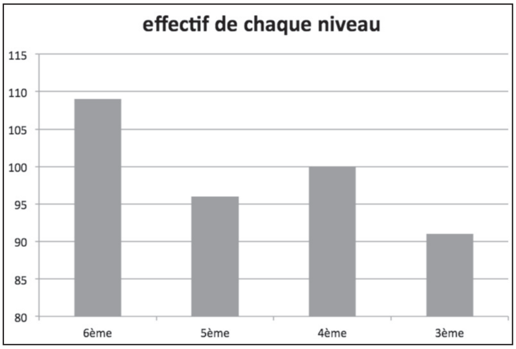
5. À vérifier sur l'écran de l'élève.

6. =B6/F6

7.

	A	B	C	D	E	F
1		6ème	5ème	4ème	3ème	
2	Verte	27	24	25	24	
3	Rouge	26	25	24	24	
4	Bleue	27	23	25	22	
5	Jaune	29	24	26	21	
6	effectif du niveau	**109**	**96**	**100**	**91**	**396**
7	fréquence du niveau	27,5%	24,2%	25,3%	23,0%	

8.



C. Modification des données

9. À vérifier sur l'écran de l'élève.

	A	B	C	D	E	F
1		6ème	5ème	4ème	3ème	
2	Verte	27	24	25	21	
3	Rouge	30	25	27	24	
4	Bleue	30	23	25	22	
5	Jaune	29	24	23	21	
6	effectif du niveau	**116**	**96**	**100**	**88**	**400**
7	fréquence du niveau	29,0%	24,0%	25,0%	22,0%	

10. Les deux dernières lignes du tableau (effectifs et fréquences) sont automatiquement recalculées.

11. Le tableur permet d'obtenir des calculs mis à jour lors de chaque modification, sans avoir à resaisir les formules ou des opérations.

Activité 2. Les éoliennes en France

• Considérations didactiques et mise en pratique

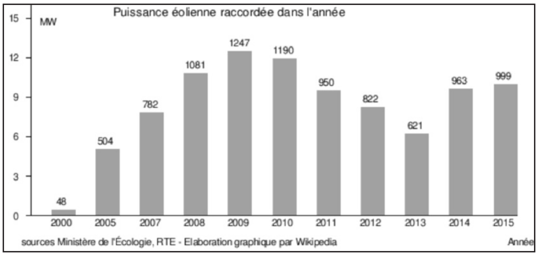
La seconde activité numérique porte sur un plus grand nombre de données. Le téléchargement possible du tableau étudié ouvre la voie à des travaux et des études statistiques encore plus riches et portant sur un grand nombre de données. Là encore le tableur est un outil particulièrement adapté à ce type d'étude, car les calculs d'effectifs, les tris de données, les constructions de diagrammes demandées sont plus faciles avec l'outil logiciel.

Le sujet de cette activité (les éoliennes) pourra donner l'occasion d'une sensibilisation à la problématique de l'énergie en France et dans le monde.

• *Correction*

1. À vérifier sur l'écran de l'élève.

2.



3. Les formules suivantes peuvent être saisies :

=somme(B2:B11)

=B2+B3+B4+B5+B6+B7+B8+B9+B10+B11

4.

	A	B
1	**année**	Puissance électrique installée (en MW)
2	2009	1247
3	2010	1190
4	2008	1081
5	2015	999
6	2014	963
7	2011	950
8	2012	822
9	2007	782
10	2006	717
11	2013	621
12	**total**	**9372**

5. Les quatre années où la puissance installée a été la plus grande sont : 2009 ; 2010, 2008, et 2015.

Activité 3. La marche aléatoire

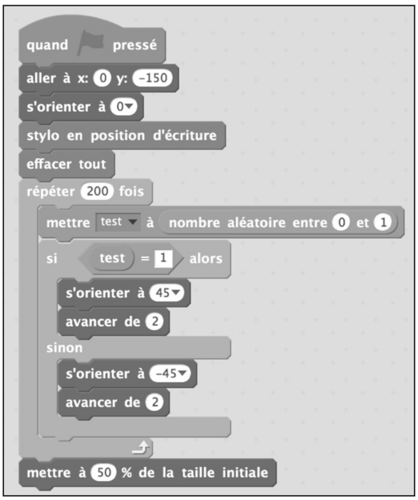
• *Considérations didactiques et mise en pratique*

Cette activité utilisant le logiciel Scratch permet de simuler un déplacement aléatoire du bas en haut de l'écran.

La programmation de cet algorithme est assez simple et permet à la fois d'utiliser une boucle (répéter), une variable et un opérateur aléatoire.

• *Correction*

Le programme peut ressembler à :



■ Tâches complexes

1. Le marché de l'automobile

2014	nombre de ventes
janvier	125 000
février	135 000
mars	176 000
avril	170 000
mai	150 000
juin	195 000
juillet	150 000
août	60 000
septembre	150 000
octobre	160 000
novembre	135 000
décembre	135 000
total	**1 741 000**
Part de marché Renault	19,70 %
Ventes Renault	**342 977**
Part de marché Peugeot	17,00 %
Ventes Peugeot	**295 970**

2. Les problèmes DUDU

Le graphique n'est pas correct, car les secteurs colorés ne correspondent pas aux pourcentages.

Par exemple, la partie bleue (Thon Albacore) doit représenter 24 % or, sur le graphique, il est plus grand qu'un quart du disque.

chapitre 7

Transformations : symétries

I. Le programme

Thème D – Espace et géométrie

Au cycle 3, les élèves ont découvert différents objets géométriques, qui continuent à être rencontrés au cycle 4. Ils valident désormais par le raisonnement et la démonstration les propriétés qu'ils conjecturent. Les définitions et propriétés déjà vues au cycle 3 ainsi que les nouvelles propriétés introduites au cycle 4 (relations entre angles et parallélisme, somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire, caractérisation de la médiatrice, théorèmes de Thalès et de Pythagore) fournissent un éventail d'outils nourrissant la mise en œuvre d'un raisonnement. Les transformations font l'objet d'une première approche, consistant à observer leur effet sur des configurations planes, notamment au moyen d'un logiciel de géométrie.

Attendus de fin de cycle

- Représenter l'espace
- Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer	
■ **Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique*.** ■ **Coder une figure.** ■ **Comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation, d'une homothétie sur une figure.**	■ Construire des frises, des pavages, des rosaces. ■ Utiliser un logiciel de géométrie dynamique, notamment pour transformer une figure par translation, symétrie, rotation, homothétie. Faire le lien entre parallélisme et translation, cercle et rotation.
■ **Résoudre des problèmes de géométrie plane, prouver un résultat général, valider ou réfuter une conjecture.** – Position relative de deux droites dans le plan. – Caractérisation angulaire du parallélisme, angles alternes / internes. – Médiatrice d'un segment. – Triangle : somme des angles, inégalité triangulaire, cas d'égalité des triangles, triangles semblables, hauteurs, rapports trigonométriques dans le triangle rectangle (sinus, cosinus, tangente). – Parallélogramme : propriétés relatives aux côtés et aux diagonales. – Théorème de Thalès et réciproque. – Théorème de Pythagore et réciproque.	■ Distinguer un résultat de portée générale d'un cas particulier observé sur une figure. ■ Faire le lien entre théorème de Thalès, homothétie et proportionnalité. ■ Utiliser la trigonométrie du triangle rectangle pour calculer des longueurs ou des angles. ■ Démontrer, par exemple, que des droites sont parallèles ou perpendiculaires, qu'un point est le milieu d'un segment, qu'une droite est la médiatrice d'un segment, qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange ou un carré. ■ Étudier comment les notions de la géométrie plane ont permis de déterminer des distances astronomiques (estimation du rayon de la Terre par Ératosthène, distance de la Terre à la Lune par Lalande et La Caille, etc.).

** En **gras** : ce qui est traité dans ce chapitre.*

II. Contexte du chapitre

Les problèmes de construction constituent un champ privilégié de l'activité géométrique tout au long du cycle 4. Ces problèmes, diversifiés dans leur nature et la connexion qu'ils entretiennent avec différents champs mathématiques, scientifiques, technologiques ou artistiques, sont abordés avec les instruments de tracé et de mesure. Dans la continuité du cycle 3, les élèves se familiarisent avec les fonctionnalités d'un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation pour construire des figures.

La symétrie axiale a été introduite au cycle 3. La symétrie centrale est travaillée dès le début du cycle 4, en liaison avec le parallélogramme.

III. Ressources disponibles sur le site compagnon

Avant de commencer	■ Un QCM interactif pour faire le point
Cherchons ensemble	■ Fichiers textes modifiables des activités
Objectif 1 **Objectif 2** **Objectif 3**	■ Vidéo « *Je comprends* » : Construire le symétrique d'une figure par rapport à une droite ■ Vidéo « *Je comprends* » : Construire le symétrique (1) - Papier blanc ■ Vidéo « *je comprends* » : Déterminer un centre de symétrie, un axe de symétrie d'une figure
Je travaille seul(e)	■ Un QCM interactif pour faire le point sur le cours
Avec un logiciel	Pour aider à la correction en vidéo-projection : ■ Activité 1. Figure dynamique ■ Activité 2. Figure dynamique ■ Activité 3. Programme Scratch Pour que les élèves travaillent en autonomie : ■ Fiches logiciel (GeoGebra et Tableur) et leurs tutoriels vidéo
Les problèmes DUDU	■ Vidéo : La photo du vitrail

IV. Corrections et intentions pédagogiques

■ Cherchons ensemble

Activité 1. Construire des figures symétriques par symétrie axiale

• ***Considérations didactiques et mise en pratique***

Cette activité, très courte, permet de revoir la construction instrumentée de la symétrie axiale.

• ***Correction***

À vérifier sur le cahier de l'élève.

Activité 2. Comprendre les symétries

• ***Considérations didactiques et mise en pratique***

L'activité permet d'introduire la symétrie centrale en proposant une approche naïve et intuitive par des manipulations sur les figures.

Ces manipulations seront l'occasion de réinvestir la notion de symétrie axiale en mettant en parallèle les deux transformations étudiées dans le chapitre.

L'enseignant pourra prolonger la partie 1 en effectuant les manipulations à l'aide de figures découpées. Un logiciel de géométrie dynamique vidéo-projeté pourrait également permettre une visualisation animée des transformations effectuées.

• ***Correction***

1. Action 1 – Figure 2

Action 2 – Figure 1

2. et **3.** À vérifier sur le cahier de l'élève.

Activité 3. Construire des figures symétriques par symétrie centrale

• ***Considérations didactiques et mise en pratique***

Dans la continuité de l'activité 2, cet exercice a pour objectif d'introduire les méthodes géométriques de construction (sur papier blanc et quadrillé) du symétrique d'un point par une symétrie centrale.

L'enseignant pourra mettre en parallèle l'usage du compas pour la construction avec les manipulations effectuées dans l'activité 2.

L'activité est prolongée en demandant de construire les symétriques de polygones simples.

• ***Correction***

1. Le point O est le milieu des segments.

2. et **3.** Constructions à vérifier sur le cahier de l'élève.

Activité 4. Déterminer l'axe de symétrie et le centre de symétrie d'une figure

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'idée est ici d'introduire la notion de centre (ou d'axe) de symétrie d'une figure en tant que point (ou droite) laissant invariant la figure par symétrie centrale (ou axiale).

L'élève pourra choisir arbitrairement plusieurs points de la figure et constater que les symétriques de ces points par le centre (ou l'axe) de symétrie restent sur la figure.

L'enseignant pourra accompagner le débat par l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique en faisant varier un point (ou une droite) et son symétrique sur la figure.

• Correction

Constructions à vérifier sur le cahier de l'élève.

■ Objectif 1. Construire le symétrique d'un point par symétrie axiale

Je m'entraine

1 **a.** Vrai

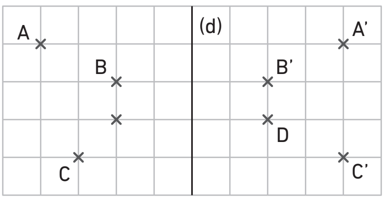
b. Faux

c. Faux

2 À vérifier sur le cahier de l'élève.

3 À vérifier sur le cahier de l'élève.

4

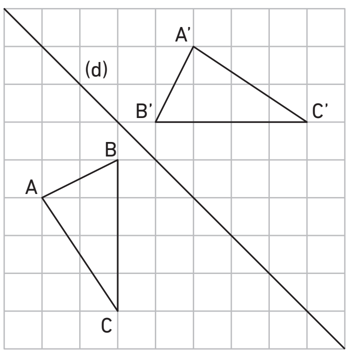


Je résous des problèmes simples

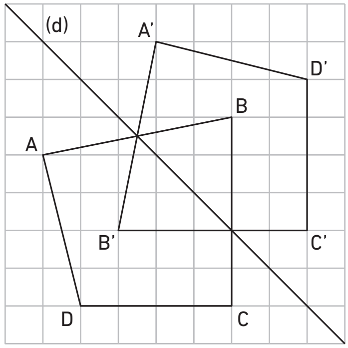
5 **a.** Non **b.** Non

6 À vérifier sur le cahier de l'élève.

7



8



9 À vérifier sur le cahier de l'élève.

10 À vérifier sur le cahier de l'élève.

11 À vérifier sur le cahier de l'élève.

12 À vérifier sur le cahier de l'élève.

■ Objectif 2. Construire le symétrique d'un point par symétrie centrale

Je m'entraine

13 **a.** Vrai **b.** Vrai **c.** Faux

14 Symétrie centrale : dessin **a.**

15 À vérifier sur le cahier de l'élève.

16 À vérifier sur le cahier de l'élève.

Je résous des problèmes simples

17 **1.** à **3.** À vérifier sur le cahier de l'élève.
4. Les segments [AB] et [A'B'] ont la même longueur.

18 À vérifier sur le cahier de l'élève.

19 **1.** à **4.** À vérifier sur le cahier de l'élève.
5. Les quatre triangles ont la même aire.

20 **1.** à **3. a.** À vérifier sur le cahier de l'élève.
3. b. Les longueurs OD et O'D' sont égales.

21 On constate que les cercles $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_4$ sont confondus.

22 **2.** Le quadrilatère BCB'C' est un rectangle. En effet, par symétrie, ses diagonales se coupent en leur milieu. Comme ABC est un triangle isocèle, ses diagonales ont la même longueur.
3. On obtient un carré si la hauteur issue de A est égale à la moitié de BC.

23 À vérifier sur le cahier de l'élève.

24 À vérifier sur le cahier de l'élève.

■ Objectif 3. Déterminer les axes et le centre de symétrie d'une figure

Je m'entraine

25 **a.** Vrai

b. Vrai
c. Vrai
d. Faux

26 La figure **b.** possède un centre de symétrie. La figure **a.** possède un centre de symétrie et quatre axes de symétrie.

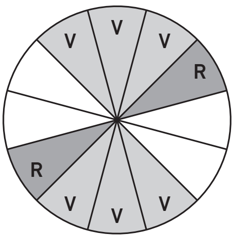
27 **a.** Axe de symétrie pour cette figure.
b. Centre de symétrie et axes de symétrie pour cette figure.

Je résous des problèmes simples

28 L'œuvre d'Escher possède un centre de symétrie.

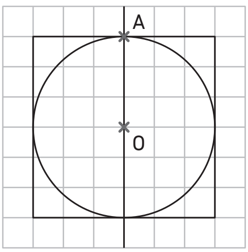
29 Centre de symétrie : **a.**, **b.** et **e.**
Axes de symétrie : **b.** et **c.**

30 **1. 2.** et **3.**

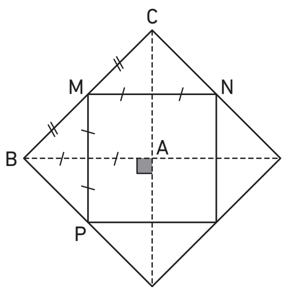


4. $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ n'est pas colorié.

31



32

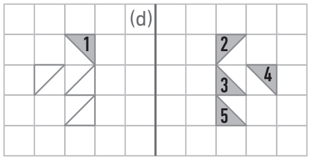


33 À vérifier sur le cahier de l'élève.

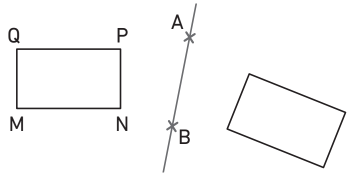
■ Je travaille seul(e)

34 B **35** C **36** B **37** B **38** C

39 **1.** Oui.
2.



40

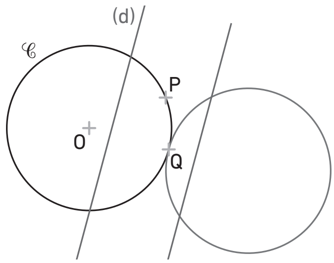


41 **2.** La symétrie centrale conserve les aires donc l'aire du jardin de Jonathan est de 1,5 ha, soit 15 000 m^2. La largeur est donc égale à 15 000 : 150, soit 100 m^2.

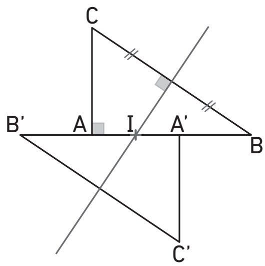
42 Le point C.

43 **1.** D **2.** D **3.** O

44

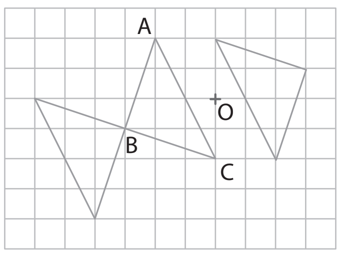


45 **1. 2. 3. a.**



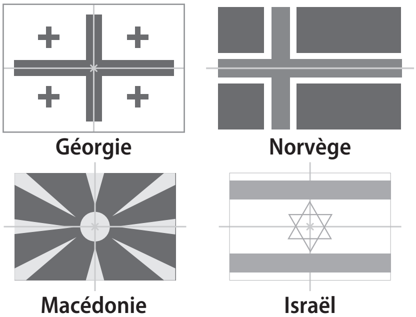
3. b. La médiatrice du segment [B'C'] est également la médiatrice du segment [BC].

46

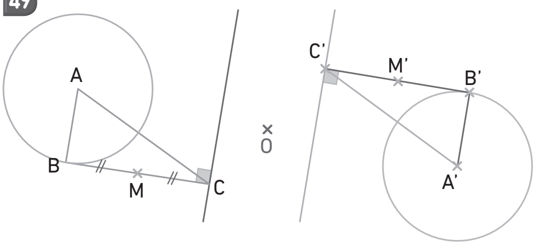


47 **1.** Le point K.
2. La droite (AG) et la médiatrice au segment [AG].

48



49

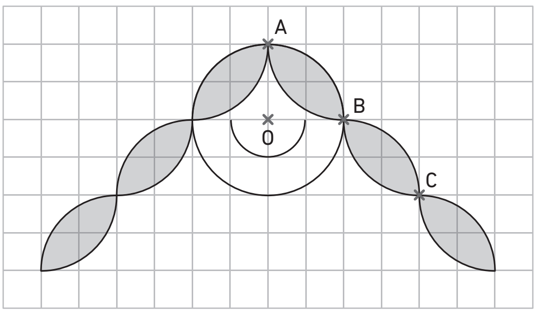


■ Je résous des problèmes

50

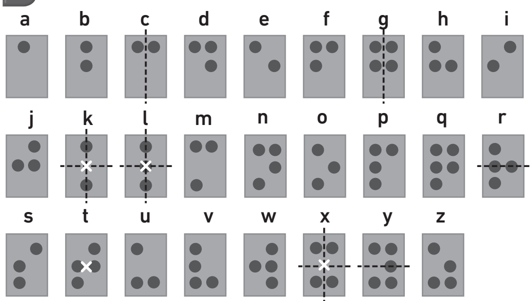
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F	O	R	M	I	D	A	B	L	E

51

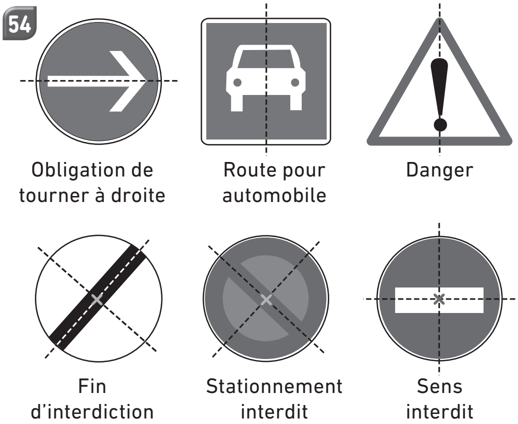


52 **1.** Vrai. **2.** Faux. **3.** Vrai. **4.** Faux. **5.** Vrai.

53



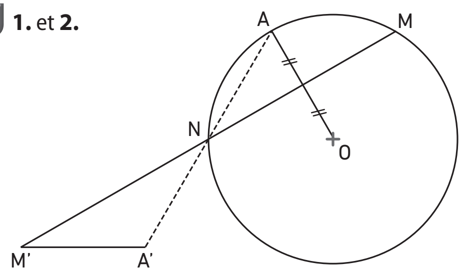
54



55 **1.** et **2.** À vérifier sur le cahier de l'élève.
3. Aire $= 5 \times 5 \times 2 = 50$ cm^2

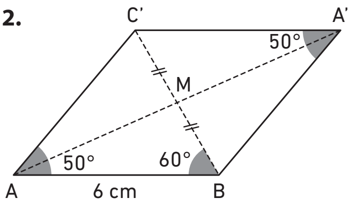
56 **1.** à **3.** À vérifier sur le cahier de l'élève.

57 **1.** et **2.**



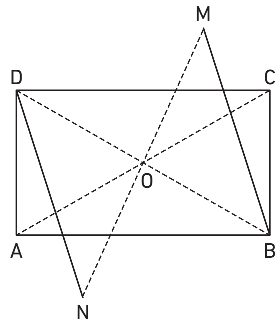
3. a. M'A' = 4 cm.
b. Par une symétrie centrale, le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.

58 **1.** et **2.**



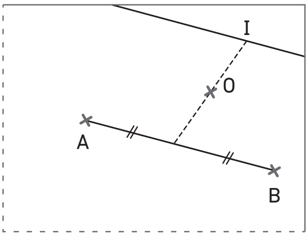
3. a. $\widehat{BA'C} = 50°$.
b. Par une symétrie centrale, le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.

59 **1.** et **2.**

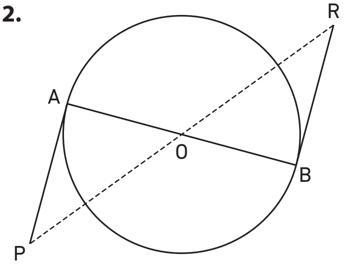


3. ABCD est un rectangle de centre O donc ses diagonales se coupent en leur milieu, et en particulier O est le milieu de [DB].
On en déduit que D est le symétrique de B par rapport à O.
Par construction, N est le symétrique de M par rapport à O.
Donc la droite (DN) est le symétrique de la droite (BM) par rapport à O.
Par une symétrie centrale, le symétrique d'une droite est une droite parallèle. On en conclut que (DN) et (BM) sont parallèles.

60

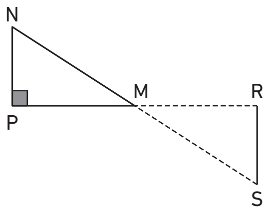


61 **1.** et **2.**



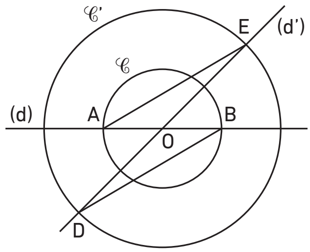
3. [AB] est un diamètre du cercle de centre O, donc O est le milieu de [AB].
On en déduit que B est le symétrique de A par rapport à O.
Par construction, R est le symétrique de P par rapport à O.
Donc le segment [BR] est le symétrique du segment [AP] par rapport à O.
Par une symétrie centrale, le symétrique d'un segment est un segment de même longueur. On en conclut que les segments [BR] et [AP] sont de même longueur.

62 **1.** et **2.**



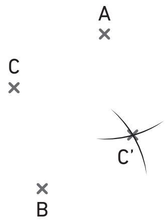
3. Par construction, la droite (RS) est le symétrique de la droite (PN) par la symétrie de centre M.
Par une symétrie centrale, le symétrique d'une droite est une droite parallèle. On en déduit que (RS) et (PN) sont parallèles.
Or MNP est un triangle rectangle en P donc (PN) et (PR) sont perpendiculaires.
Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
On en déduit que les droites (PR) et (RS) sont perpendiculaires.

63 **1.** et **2.**



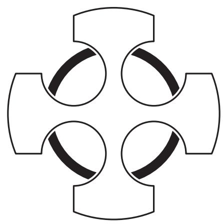
3. [AB] est un diamètre du cercle (𝒞) de centre O, donc O est le milieu de [AB] et donc B est le symétrique de A par rapport à O.
On démontre de même que D est le symétrique de E par rapport à O.
On en déduit que le segment [BD] est le symétrique du segment [AE] par rapport à O.
Par une symétrie centrale, le symétrique d'un segment est un segment parallèle et de même longueur. On en conclut que les segments [BD] et [AE] sont parallèles et de même longueur.

64



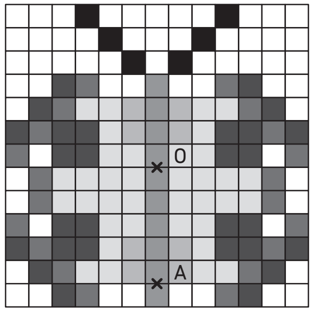
Dans les autres matières

65



66 La bouche – Les yeux – Les pieds – La craie dans la main – L'équerre – Le compas – Le livre.

67



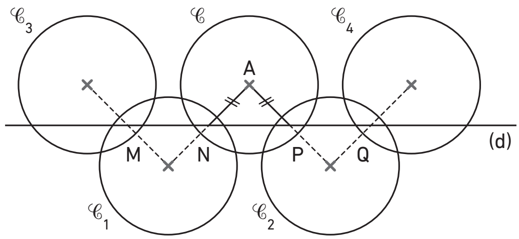
68 À vérifier sur le cahier de l'élève.

69 12 : 52

Devoirs à la maison

70 Marseille.

71



Avec un logiciel

Activité 1. Symétrie dans une feuille quadrillée virtuelle

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'exercice est comparable à ce qu'on pourrait demander sur papier quadrillé. La plus value du logiciel est la possibilité donnée aux élèves d'effectuer une autocorrection, et ainsi de les laisser travailler en autonomie.

L'enseignant pourra prolonger l'activité en multipliant les situations proposant différentes positions de l'axe ou du centre de symétrie avec le triangle.

Les élèves les plus à l'aise pourront travailler avec des polygones à plus de trois côtés.

• Correction

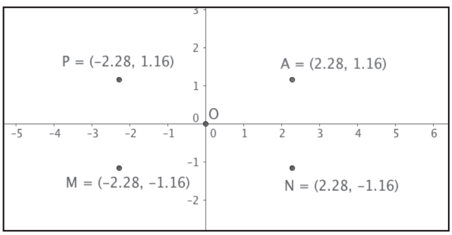
Activité autocorrectrice.

Activité 2. Symétries dans un repère

• Considérations didactiques et mise en pratique

L'activité a pour objectif de conjecturer des propriétés sur les coordonnées de points symétriques par des symétries définies à partir des éléments du repère tout en réinvestissant la notion de repérage introduite en classe de sixième.

• Correction



Activité 3. Figures emboitées

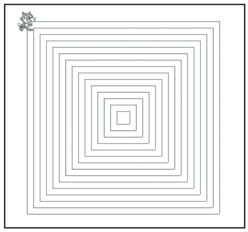
• Considérations didactiques et mise en pratique

Le programme permet de construire des figures semblables de type fractale. Les élèves pourront apprendre à utiliser de façon simple des boucles dans un algorithme.

• Correction

1. On obtient un carré.

2. et **3.**

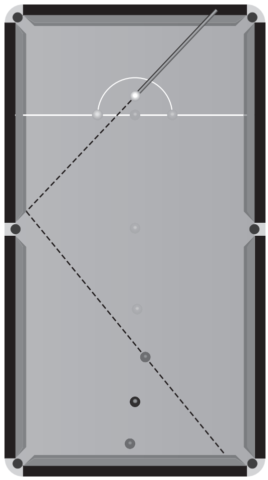


4. La figure possède un centre de symétrie et quatre axes de symétrie.

5. Cette nouvelle figure possède un axe de symétrie.

Tâches complexes

1. Comment gagner au snooker ?



2. Les problèmes DUDU

La première étape consiste à déterminer le centre de symétrie de la figure en traçant deux segments dont les extrémités sont un point et son symétrique.

À l'aide d'un logiciel de retouche photo ou d'une feuille de papier calque, on complète la figure par symétrie centrale.

chapitre 8

Géométrie du triangle

I. Le programme

Thème D – Espace et géométrie

Au cycle 3, les élèves ont découvert différents objets géométriques, qui continuent à être rencontrés au cycle 4. Ils valident désormais par le raisonnement et la démonstration les propriétés qu'ils conjecturent. Les définitions et propriétés déjà vues au cycle 3 ainsi que les nouvelles propriétés introduites au cycle 4 (somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire, caractérisation de la médiatrice) fournissent un éventail d'outils nourrissant la mise en œuvre d'un raisonnement.

Attendu de fin de cycle

- Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer	
■ **Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique.** ■ **Coder une figure.** ■ Comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation, d'une homothétie sur une figure.	■ Construire des frises, des pavages, des rosaces. ■ Utiliser un logiciel de géométrie dynamique, notamment pour transformer une figure par translation, symétrie, rotation, homothétie. ■ Faire le lien entre parallélisme et translation, cercle et rotation.
■ **Résoudre des problèmes de géométrie plane, prouver un résultat général, valider ou réfuter une conjecture.** – Position relative de deux droites dans le plan. – Caractérisation angulaire du parallélisme, angles alternes / internes. – **Médiatrice d'un segment.** – **Triangle : somme des angles, inégalité triangulaire**, cas d'égalité des triangles, triangles semblables, **hauteurs**, rapports trigonométriques dans le triangle rectangle (sinus, cosinus, tangente). – Parallélogramme : propriétés relatives aux côtés et aux diagonales. – Théorème de Thalès et réciproque. – Théorème de Pythagore et réciproque.	■ Distinguer un résultat de portée générale d'un cas particulier observé sur une figure. ■ Faire le lien entre théorème de Thalès, homothétie et proportionnalité. ■ Utiliser la trigonométrie du triangle rectangle pour calculer des longueurs ou des angles. ■ Démontrer, par exemple, que des droites sont parallèles ou perpendiculaires, qu'un point est le milieu d'un segment, qu'une droite est la médiatrice d'un segment, qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange ou un carré. ■ Étudier comment les notions de la géométrie plane ont permis de déterminer des distances astronomiques (estimation du rayon de la Terre par Eratosthène, distance de la Terre à la Lune par Lalande et La Caille, etc.).

** En **gras** : ce qui est traité dans ce chapitre.*

II. Contexte du chapitre

Les problèmes de construction constituent un champ privilégié de l'activité géométrique tout au long du cycle 4. Ces problèmes, diversifiés dans leur nature et la connexion qu'ils entretiennent avec différents champs mathématiques, scientifiques, technologiques ou artistiques sont abordés avec les instruments de tracé et de mesure. Dans la continuité du cycle 3, les élèves se familiarisent avec les fonctionnalités d'un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation pour construire des figures.
La pratique des figures usuelles et de leurs propriétés, entamée au cycle 3, est poursuivie et enrichie dès le début et tout au long du cycle 4, permettant aux élèves de s'entrainer au raisonnement et de s'initier petit à petit à la démonstration.

III. Ressources disponibles sur le site compagnon

Avant de commencer	■ Un QCM interactif pour faire le point
Cherchons ensemble	■ Fichiers textes modifiables des activités ■ Activité 1 : Figure dynamique ■ Activité 4 : Figure dynamique
Objectif 1 **Objectif 2** **Objectif 3** **Objectif 4**	■ Vidéo « *Je comprends* » : Construire un triangle (défini par deux côtés et un angle) ■ Vidéo « *Je comprends* » : Appliquer l'inégalité triangulaire (1) ■ Vidéo « *Je comprends* » : Appliquer l'inégalité triangulaire (2) ■ Vidéo « *Je comprends* » : Appliquer l'inégalité triangulaire (3) ■ Vidéo « *Je comprends* » : Construire une médiatrice ou une hauteur ■ Vidéo « *Je comprends* » : Utiliser la règle des 180° dans le triangle
Je résous des problèmes	■ Exercice 95 : Figure dynamique ■ Exercice 101 : Figure dynamique
Je travaille seul(e)	■ Un QCM interactif pour faire le point sur le cours
Avec un logiciel	Pour aider à la correction en vidéo-projection : ■ Activité 1 : Figure dynamique ■ Activité 2 : Figure dynamique ■ Activité 3 : Deux figures dynamiques ■ Activité 4 : Programme Scratch Pour que les élèves travaillent en autonomie : ■ Fiches logiciel (GeoGebra et Tableur) et leurs tutoriels vidéo
Les problèmes DUDU	■ Vidéo : Les DUDU coupent une planche

IV. Corrections et intentions pédagogiques

■ Cherchons ensemble

Activité 1. Construire des triangles

• *Considérations didactiques*

L'objectif de l'activité est double. Il s'agit d'abord de réinvestir les compétences sur les triangles travaillées dans les classes antérieures : construction, caractérisation, vocabulaire.

L'élève se trouve ensuite confronté à une situation nouvelle : le cas où les données de l'énoncé ne mènent pas à une solution unique.

La construction du dernier triangle est en effet dictée par la donnée des trois angles. Les triangles obtenus sont homothétiques mais non superposables. Le débat pourra alors être mené de façon non exhaustive sur les conditions d'unité du résultat.

L'activité pourra s'organiser par une recherche individuelle ou une activité de groupe.

• *Correction*

1. Le triangle semble rectangle.

2. Le triangle semble isocèle.

3. Le triangle semble équilatéral.

4. La solution n'est pas unique. Les triangles obtenus possèdent les même proportions.

Activité 2. Utiliser l'inégalité triangulaire

• *Considérations didactiques*

L'activité permet d'introduire l'inégalité triangulaire de façon intuitive et ludique.
L'usage des allumettes facilite la découverte. Les élèves peuvent ainsi visualiser de nombreux triangles de périmètre imposé et de longueur de côté entière. L'allumette symbolise ainsi l'unité.
L'élève conjecture assez rapidement qu'il est nécessaire de garder suffisamment d'allumettes pour les deux côtés restants une fois le premier côté fixé.
Le professeur transposera alors ces manipulations à une approche géométrique. L'activité pourra se conclure par une formalisation de l'inégalité triangulaire.
L'activité doit s'organiser en groupe. Prévoir un temps de recherche suffisant entre élèves.

• *Correction*

1. À vérifier sur le cahier de l'élève.

2. Avec 10 allumettes, il n'est pas possible de construire un triangle dont l'un des côtés a pour longueur 6 allumettes. Il resterait 4 allumettes pour les deux autres côtés et la somme des longueurs de deux côtés ne peut être inférieure au troisième coté.

3. Dans ce cas, le triangle est aplati.

4. 3-3-9, 3-4-8, 4-4-7, 4-5-6, 5-5-5.

5. La somme des longueurs de côtés est supérieure au troisième côté.

Activité 3. Construire les droites remarquables d'un triangle

• Considérations didactiques

L'activité permet de découvrir deux droites remarquables du triangle : la hauteur et la médiatrice.

Pour les hauteurs, le début de l'activité définit cette nouvelle droite et présente les deux situations : celle où une hauteur se trouve à l'intérieur du triangle et celle où elle se trouve à l'extérieur.

La suite de l'activité montre la construction d'une médiatrice et définit cette dernière.

L'activité peut s'organiser en groupe. Prévoir un temps de recherche suffisant entre élèves et une mise en commun avec la classe.

• Correction

Constructions à vérifier sur le cahier de l'élève.

Activité 4. Découvrir la propriété sur la somme des angles d'un triangle

• Considérations didactiques

Tout en découvrant la propriété sur la somme des angles d'un triangle, l'élève sera amené à la justifier au travers d'une manipulation.

En prérequis, l'élève devra connaître la mesure d'un angle plat.

L'activité se prête bien à une recherche en groupe. La formalisation dans le cours en sera ensuite facilitée.

• Correction

Constructions et pliages à vérifier sur le cahier de l'élève.

■ Objectif 1. Construire des triangles connaissant des longueurs et/ou des angles

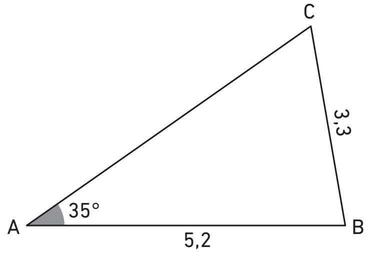
Je m'entraine

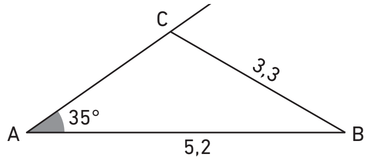
1 Deux triangles : un isocèle en A, l'autre isocèle en C.
a. Deux triangles : un rectangle en B, l'autre rectangle en E.

2 à 7 À vérifier sur le cahier de l'élève

Je résous des problèmes simples

8

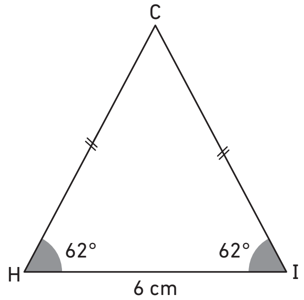


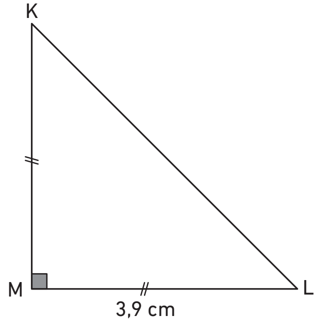


9 À vérifier sur la copie de l'élève. On commence par tracer un côté du triangle de longueur quelconque et on poursuit à l'aide des angles donnés.

10 à 13 À vérifier sur la copie de l'élève

14





■ Objectif 2. Utiliser l'inégalité triangulaire

Je m'entraine

15 **a.** Faux **b.** Vrai **c.** Faux **d.** Vrai

16 $AB < BC + CA$.

17 Non, car $AB + BC < AC$.

18 Oui, car le plus grand côté, NP, est inférieur à la somme des deux autres $MN + MP$.

19 **a.** Non car $BC > AB + AC$.
b. Oui car le plus grand côté, AC, est inférieur à la somme des deux autres $AB + BC$.

20 Oui car le plus grand côté, AB, est inférieur à la somme des deux autres $AC + BC$.

Je résous des problèmes simples

21 Car le plus grand côté, $PM = 420$ cm, est inférieur à la somme des deux autres $MN + NP = 186 + 346 = 532$ cm.

22 **a.** Non alignés **b.** Alignés **c.** Alignés

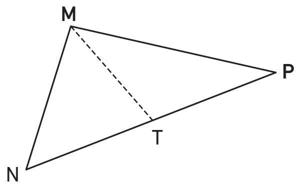
23 **1.** Si l'un des côtés mesure 50 cm, la somme des deux autres, soit 30 cm, est inférieure à ce côté. Donc ce n'est pas possible.
2. La longueur doit être strictement inférieure à 40 cm.

24 Les deux compères pourront se rejoindre car 8,2 m est inférieur à la somme $5 + 4{,}5 = 9{,}5$ m.

25

$AD < AC + CD$	$AC < AD + DC$
$CD < CA + AD$	$AC < AB + BC$
$AB < AC + CB$	$BC < BA + AC$

26



27 Le triangle n'est pas constructible car $AB > AC + CB$.

28 et **29** À vérifier sur le cahier de l'élève

30 **a.** Constructible.
b. Non constructible car $9{,}2 > 6{,}1 + 2{,}9$.
c. Non constructible car $5{,}3 > 2{,}9 + 1{,}8$.

■ Objectif 3. Connaitre et utiliser les médiatrices et hauteurs d'un triangle

Je m'entraine

31 **a.** ABE, ABD, ABC, EBD, EBC, DBC. **b.** ABC

32 La droite (d) est une **médiatrice** du triangle ABC.

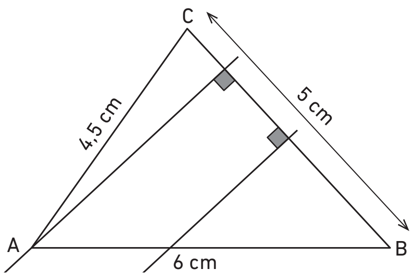
33 La droite (d) est une **hauteur** du triangle ABC.

34 Dans le cas b.

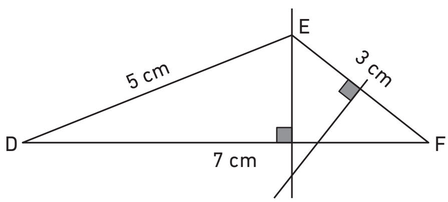
35 Dans les cas a et c.

Je résous des problèmes simples

36



37



38 Sur la hauteur issue de A : H, I, F.
Sur la hauteur issue de B : I, G, L.
Sur la hauteur issue de C : D, I, E.

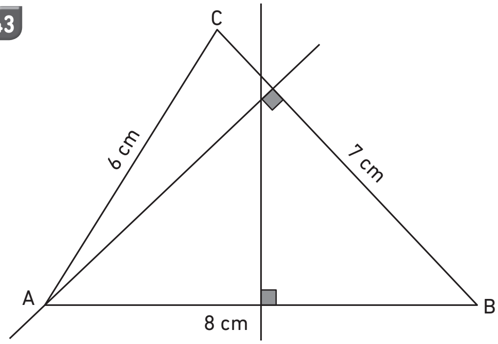
39 Sur la médiatrice de [AB] : F, G.
Sur la médiatrice de [AC] : J, D.
Sur la médiatrice de [BC] : E, I.

40 **1.** À vérifier sur le cahier de l'élève.
2. Deux hauteurs sont confondues avec les côtés de l'angle droit du triangle.

41 **1.** et **2.** À vérifier sur le cahier de l'élève.
3. $OB = OC = OL$ car tous les points situés sur une médiatrice sont équidistants des extrémités du segment.

42 À vérifier sur le cahier de l'élève.

43



■ Objectif 4. Utiliser la propriété sur la somme des angles d'un triangle

Je m'entraine

44 Les triangles a et c car la somme des angles ne fait pas 180°.

45 **a.** 78° **b.** 103°

46 **a.** 127° **b.** 41°

47 112° **48** 120° **49** 48°

50 88° **51** 63° **52** 45°, 45° et 90°

53 **a.** Rectangle : 90°.
b. Isocèle : 73°.
c. Équilatéral : 60°.
d. Rectangle et isocèle : 45°.

Je résous des problèmes simples

54 $BDA = 180 - 67 - 56 = 57°$; $ADC = 180 - 57 = 23°$; $DAC = 180 - 22 - 23 = 135°$.

55 **1.** Les angles à la base ont la même mesure.
2. a. $\widehat{B} = 61°$ et $\widehat{A} = 58°$ **b.** $\widehat{E} = \widehat{F} = 66°$.

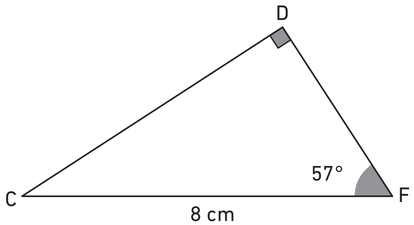
56 42°

57 **1. 2.** À vérifier sur le cahier de l'élève.
3. a. La somme des angles d'un triangle est égale à 180°.
b. La somme des angles d'un quadrilatère est égale à 360°.
4. Oui.

58 Les maçons construisent sur le sol un triangle équilatéral car tous les angles d'un tel triangle mesurent 60°.

59 À vérifier sur le cahier de l'élève.

60

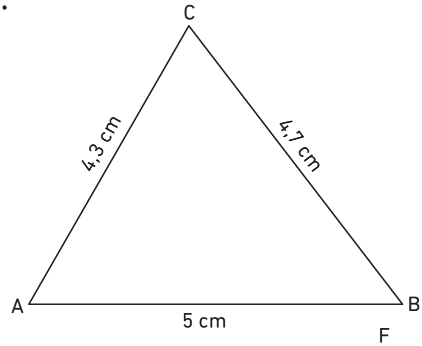


On commencera par calculer la mesure de l'angle DCF.

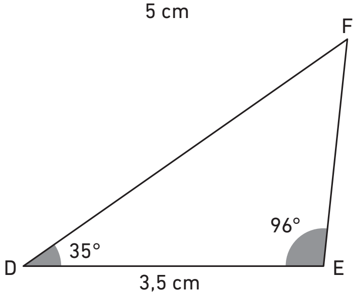
Je travaille seul(e)

61 C **62** B **63** C **64** B **65** B

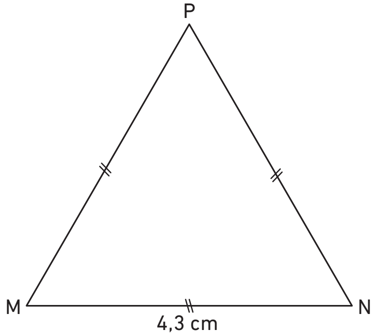
66 **1.**

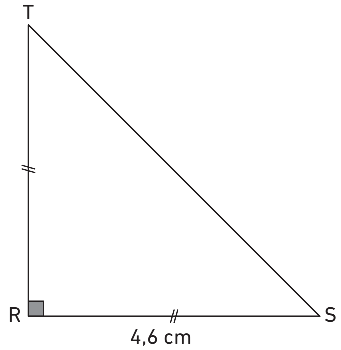


2.

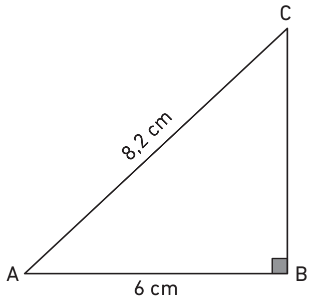


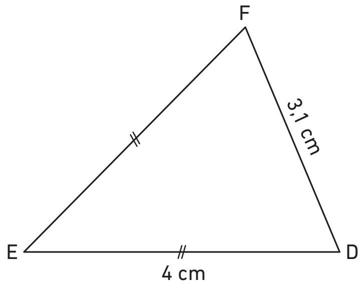
67





68





69 **a.** Il n'est pas possible de construire le triangle dans ce cas car $2{,}09 + 3{,}4 < 5{,}51$.
b. Il est possible de construire le triangle.
c. Il n'est pas possible de construire le triangle dans ce cas car $0{,}86 + 0{,}95 < 1{,}82$.

70 Il n'est pas possible de construire ce triangle car $AB > AC + BC$.

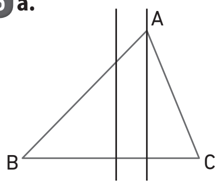
71 $DE + EF = DF$ donc les points D, E et F sont alignés.

72 **1.** Il est possible de construire les triangles **1** et **4**.
2. Le triangle **4** a le plus grand périmètre.

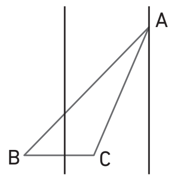
73 (CH) est la hauteur issue de C. (IK) est la médiatrice du côté [AC].

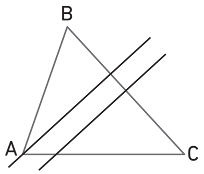
74 **a.** (d_1) et (d_2).
b. (d_5).

75 **a.**

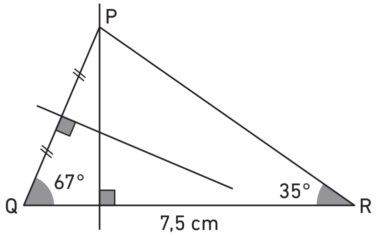


b.

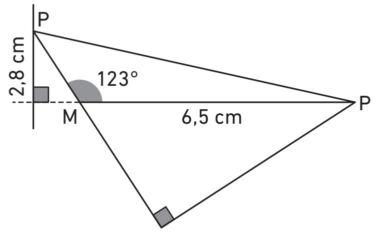




76



77



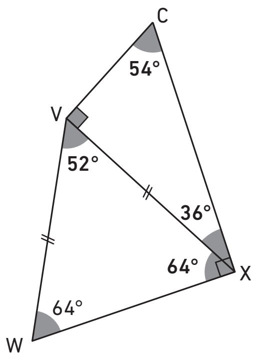
78 **1.** et **2.** À vérifier sur le cahier de l'élève
3. La médiatrice de [BC] et la hauteur issue de A sont confondues.

79 $\widehat{C} = 180 - 57 - 46 = 67°$.

80 $\widehat{EFD} = 180 - 90 - 32 = 58°$.

81 $HGI = HIG = 34°$. $IHG = 180 - 34 - 34 = 112°$.

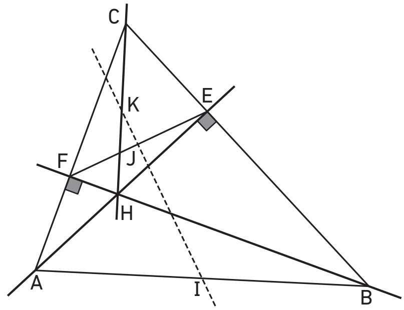
82



Je résous des problèmes

83 La proposition de Florie convient : $5 + 4 + 4 = 13$ cm.
– La proposition de Jeanne ne convient pas : $AC = AB + BC$, les points A, B et C seraient alignés.
– La proposition de Jayan ne convient pas car si $BC = 7$ cm alors $AC = 13 - 7 - 4 = 2$ cm et dans ce cas, $BC > AB + AC$.

84



Les points I, J et K semblent alignés.

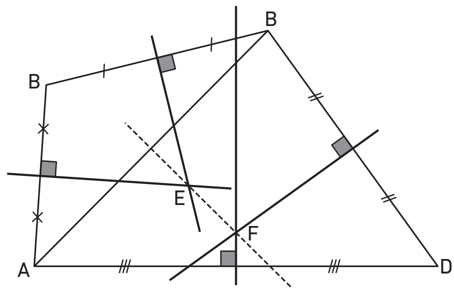
85 **1.** Construction à vérifier sur le cahier de l'élève.
2. Hauteur du toit : 5,4 m.
3. Hauteur de la maison : 13,4 m.

86 Construire un triangle ABC tel que $AC = 8{,}3$ cm, $AB = 4{,}3$ cm et $BC = 6{,}5$ cm.
La hauteur issue de B coupe [AC] en E. La médiatrice de [AC] coupe [AC] en D et [BC] en F.
Tracer les segments [BD] et [EF].
Construction à vérifier sur le cahier de l'élève.

87 NP peut prendre les valeurs 2 cm, 4 cm, 6 cm ou 8 cm. Dans le dernier cas, les points M, N et P sont alignés.

88 **1.** 180°.
2. À vérifier sur le cahier de l'élève.
3. 540°.
4. 720°.
5. $(n - 2) \times 180$.

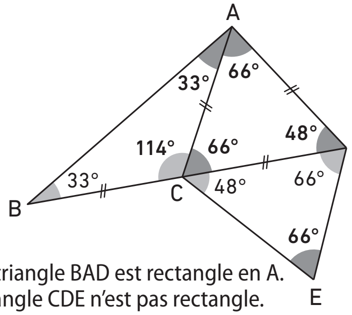
89 **1.**



2. Dans les triangles ABC et ACD, (EF) est la médiatrice relative au côté [AC] donc les droites (AC) et (EF) sont perpendiculaires.

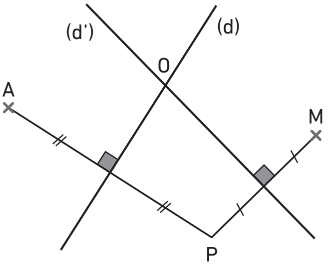
90 $OAB = OBO = 36°$.

91 **1.**



2. a. Le triangle BAD est rectangle en A.
b. Le triangle CDE n'est pas rectangle.
c. Le triangle CDE n'est pas équilatéral.

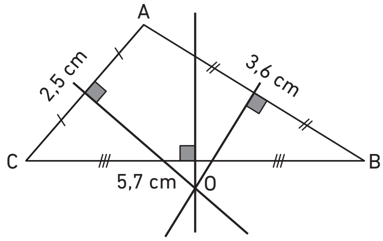
92 **1.**



2. P est le symétrique de A par rapport à (d) donc (d) est la médiatrice de [AP].
O appartient à cette médiatrice donc OA = OP.
On démontre de même que OP = OM.
On en déduit que OA = OM.

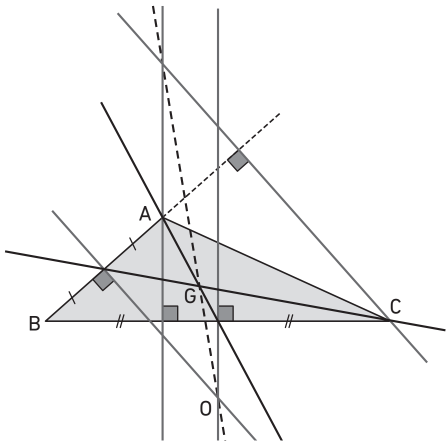
93 **1.** et **2.** Construction à vérifier sur le cahier de l'élève.
3. Le triangle reste en équilibre.

94



Le point O est le point équidistant des trois Pokébêtes. Or, en mesurant, on constate que ce point se trouve à plus de 3 cm de chaque animal soit 3 m dans la réalité. La laisse mesurant 3 m, les Pokébêtes ne pourront pas atteindre la gamelle.

95



Dans les autres matières

96 À vérifier sur le cahier de l'élève

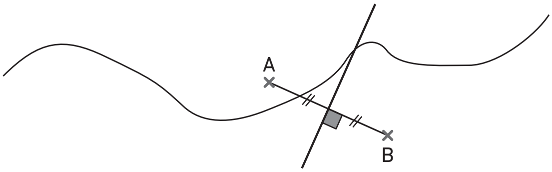
97 Il faut trouver environ 2,6 m.

Jeux mathématiques

98

1 M	A	2 T	H	S							
		R									
3 H	U	I	T								
		A			4 G						
	5 A	N	G	L	E						
		G			O						
		L			M						
	6 D	E	G	R	E		7 H				
					T		A				
					R		T				
		8 M	E	D	I	A	T	R	I	C	E
					E		E				
							U				
							R				

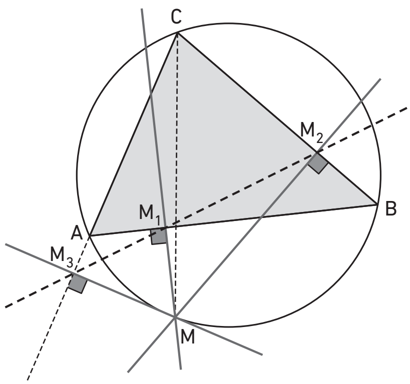
99 Les points solutions au problème se trouvent à l'intersection de la ligne courbe et de la médiatrice du segment [AB].



100 Il existe cinq triangles différents dont les dimensions sont :
1, 6, 6 – 2, 5, 6 – 3, 4, 6 – 3, 5, 5 – 4, 4, 5.

Devoirs à la maison

101



102 **1.** et **2.** À vérifier sur le cahier de l'élève.
3. Les distances sont égales.

■ Avec un logiciel

Activité 1. Hauteurs dans un triangle

• Considérations didactiques

L'activité a pour objectif de conjecturer des propriétés relatives aux hauteurs du triangle.
Dans un premier temps, il est demandé de construire une hauteur et de discuter de sa position par rapport au triangle en fonction de la nature des angles du triangle.
Le dynamisme de la figure permet de passer rapidement et de façon fluide d'une situation à l'autre tout en s'arrêtant sur le cas particulier du triangle rectangle.
Les élèves pourront enfin conjecturer la propriété de concours des hauteurs.
L'activité se déroule en salle multimédia ou en salle de classe avec des tablettes. Le logiciel GeoGebra est ici recommandé.

• Correction

Les hauteurs d'un triangle se trouvent à l'extérieur de celui-ci, si le triangle possède un angle obtus.
Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Activité 2. Triangles particuliers et droites particulières

• Considérations didactiques

Dans la continuité de l'activité précédente, les élèves pourront observer et conjecturer des situations particulières pour les droites remarquables du triangle.
Les cas du triangle isocèle et du triangle équilatéral sont étudiés ici.
L'activité se déroule en salle multimédia ou en salle de classe avec des tablettes. Le logiciel GeoGebra est ici recommandé.

• Correction

Les droites particulières d'un triangle équilatéral sont toutes confondues. Dans le cas d'un triangle isocèle en B, seules les droites relatives au sommet B et au côté [AC] sont confondues.

Activité 3. Points cocycliques

• Considérations didactiques

Cette activité est d'un niveau supérieur aux deux précédentes.
Il est étudié ici le cas de quatre points sur un même cercle.
La première partie mène à conjecturer puis démontrer que si quatre points se trouvent sur un même cercle, les médiatrices du quadrilatère formé par ces quatre points sont concourantes.
La deuxième partie traite de la situation réciproque. On se donne trois points sur un même cercle et on demande de conjecturer puis démontrer qu'un quatrième point appartient à ce cercle à la condition que les médiatrices du quadrilatère formé par ses points soient concourantes.
L'activité se déroule en salle multimédia ou en salle de classe avec des tablettes. Le logiciel GeoGebra est ici recommandé.

• Correction

Les médiatrices d'un quadrilatère sont concourantes.

Activité 4. C'est automatique !

• Considérations didactiques

Le programme permet de tester si un triangle donné par la longueur de ses trois côtés est constructible ou non. L'élève devra analyser le programme et compléter l'instruction conditionnelle. Dans la suite, il faudra compléter le programme en envisageant une double instruction conditionnelle pour traiter le cas de l'égalité. L'activité se déroule en salle multimédia ou en salle de classe avec des tablettes. Le logiciel Scratch est ici recommandé.

• Correction

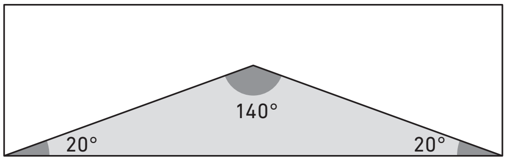
■ Tâches complexes

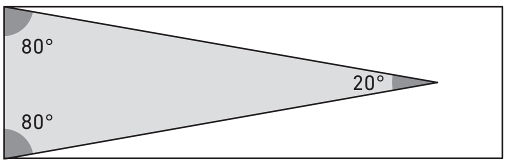
1. Le puits commun

Pour calculer le cout du raccordement, on commencera par reproduire le schéma et construire les médiatrices des côtés du triangle formés par les trois points d'arrivée d'eau.
Il faudra ensuite évaluer la distance du point de concours des médiatrices et des points d'arrivée d'eau.
Le prix au mètre du raccordement est donné, on pourra ainsi calculer son cout sans oublier la main-d'œuvre.
Le calcul du forage est plus simple : $1\,500 + 5 \times 50 + 7 \times 90 + 200$.

2. Les DUDU coupent une planche

On a deux solutions :





chapitre 9

Parallélogrammes

I. Le programme

Thème D – Espace et géométrie

Au cycle 3, les élèves ont découvert différents objets géométriques, qui continuent à être rencontrés au cycle 4. Ils valident désormais par le raisonnement et la démonstration les propriétés qu'ils conjecturent. Les définitions et propriétés déjà vues au cycle 3 ainsi que les nouvelles propriétés introduites au cycle 4 (relations entre angles et parallélisme, somme des angles d'un triangle, inégalité triangulaire, caractérisation de la médiatrice, théorèmes de Thalès et de Pythagore) fournissent un éventail d'outils nourrissant la mise en œuvre d'un raisonnement. Les transformations font l'objet d'une première approche, consistant à observer leur effet sur des configurations planes, notamment au moyen d'un logiciel de géométrie.

Attendus de fin de cycle

- Représenter l'espace
- Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer	
■ **Mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique.** ■ **Coder une figure.** ■ **Comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation, d'une homothétie sur une figure.**	■ Construire des frises, des pavages, des rosaces. ■ Utiliser un logiciel de géométrie dynamique, notamment pour transformer une figure par translation, symétrie, rotation, homothétie. Faire le lien entre parallélisme et translation, cercle et rotation.
■ **Résoudre des problèmes de géométrie plane, prouver un résultat général, valider ou réfuter une conjecture.** – Position relative de deux droites dans le plan. – Caractérisation angulaire du parallélisme, angles alternes / internes. – Médiatrice d'un segment. – Triangle : somme des angles, inégalité triangulaire, cas d'égalité des triangles, triangles semblables, hauteurs, rapports trigonométriques dans le triangle rectangle (sinus, cosinus, tangente). – **Parallélogramme : propriétés relatives aux côtés et aux diagonales.** – Théorème de Thalès et réciproque. – Théorème de Pythagore et réciproque.	■ Distinguer un résultat de portée générale d'un cas particulier observé sur une figure. ■ Faire le lien entre théorème de Thalès, homothétie et proportionnalité. ■ Utiliser la trigonométrie du triangle rectangle pour calculer des longueurs ou des angles. ■ Démontrer, par exemple, que des droites sont parallèles ou perpendiculaires, qu'un point est le milieu d'un segment, qu'une droite est la médiatrice d'un segment, qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange ou un carré. ■ Étudier comment les notions de la géométrie plane ont permis de déterminer des distances astronomiques (estimation du rayon de la Terre par Ératosthène, distance de la Terre à la Lune par Lalande et La Caille, etc.).

** En **gras** : ce qui est traité dans ce chapitre.*

II. Contexte du chapitre

Au cycle 3, les élèves ont découvert différents objets géométriques, qui continuent à être rencontrés au cycle 4. Ils valident désormais par le raisonnement et la démonstration les propriétés qu'ils conjecturent. Les définitions et propriétés déjà vues au cycle 3 ainsi que les nouvelles propriétés introduites au cycle 4 fournissent un éventail d'outils nourrissant la mise en œuvre d'un raisonnement.
Les problèmes de construction constituent un champ privilégié de l'activité géométrique tout au long du cycle 4. Ces problèmes, diversifiés dans leur nature et la connexion qu'ils entretiennent avec différents champs mathématiques, scientifiques, technologiques ou artistiques, sont abordés avec les instruments de tracé et de mesure. Dans la continuité du cycle 3, les élèves se familiarisent avec les fonctionnalités d'un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation pour construire des figures.
La pratique des figures usuelles et de leurs propriétés, entamée au cycle 3, est poursuivie et enrichie dès le début et tout au long du cycle 4, permettant aux élèves de s'entrainer au raisonnement et de s'initier petit à petit à la démonstration.

III. Ressources disponibles sur le site compagnon

Avant de commencer	■ Un QCM interactif pour faire le point
Cherchons ensemble	■ Fichiers textes modifiables des activités
Objectif 1 **Objectif 2**	■ Une vidéo « *Je comprends* » : Construire un parallélogramme ■ Une vidéo « *Je comprends* » : Construire un parallélogramme particulier
Je travaille seul(e)	■ Un QCM interactif pour faire le point sur le cours
Avec un logiciel	Pour aider à la correction en vidéo-projection : ■ Activité 1 : Figure dynamique ■ Activité 2 : Figure dynamique ■ Activité 3 : Figure dynamique ■ Activité 4 : Programme Scratch Pour que les élèves travaillent en autonomie : ■ Fiches logiciel (GeoGebra) et leurs tutoriels vidéo
Les problèmes DUDU	■ Vidéo : Les DUDU et la balançoire

IV. Corrections et intentions pédagogiques

■ Cherchons ensemble

Activité 1. Définir un parallélogramme

• *Considérations didactiques et mise en pratique*
Cette activité a pour objectif d'introduire et de définir le parallélogramme comme quadrilatère possédant des côtés opposés parallèles.
L'enseignant pourra prolonger l'activité en demandant de construire d'autres parallélogrammes. Cela pourra être l'occasion d'anticiper sur la suite du chapitre et de débattre sur les cas particuliers pouvant apparaître sur les cahiers des élèves.

• *Correction*
4. Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

Activité 2. Construire un parallélogramme par symétrie centrale

• *Considérations didactiques et mise en pratique*
Dans cette activité, on pourra introduire une approche nouvelle du parallélogramme comme quadrilatère possédant des diagonales qui se croisent en leur milieu.
L'idée est ici de conjecturer à l'aide du logiciel la propriété des milieux des diagonales, puis de prolonger en associant cette propriété à la notion de symétrie.

• *Correction*
Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu.

Activité 3. Obtenir un parallélogramme à partir des côtés

• *Considérations didactiques et mise en pratique*
L'objectif de cette activité est de conjecturer une propriété sur les longueurs des côtés du parallélogramme. Une condition suffisante pour obtenir un parallélogramme est d'avoir un quadrilatère qui possède des côtés opposés de même longueur.
En téléchargeant sur le site compagnon les lignes brisées dynamiques, l'enseignant pourra, à l'aide d'un vidéoprojecteur, accompagner les élèves dans leur manipulation.
L'activité pourra être prolongée par un débat autour des conditions sur les côtés pour obtenir un parallélogramme : cas de deux côtés opposés égaux et parallèles.

• *Correction*
2. La ligne 3 définit un parallélogramme.

4. Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés ont la même longueur.

Activité 4. Étudier les parallélogrammes particuliers

• Considérations didactiques et mise en pratique

La figure dynamique doit être téléchargée sur le site compagnon. L'enseignant pourra ainsi la vidéo-projeter à ses élèves. L'intérêt d'utiliser le logiciel est de pouvoir passer de façon fluide et dynamique d'un quadrilatère particulier à un autre tout en conjecturant les propriétés supplémentaires que doivent posséder ces quadrilatères.

Par exemple :

« Partant d'un parallélogramme, en déplaçant un point de la figure, on obtient un losange. Quelle propriété sur les diagonales s'est rajoutée au losange ? Les diagonales sont maintenant perpendiculaires ! »

Cette activité est plus vouée à une utilisation en salle de classe. Pour mettre les élèves en activité en salle informatique avec des exercices du même esprit, l'enseignant pourra proposer les activités 1 et 2 page 218.

• Correction

3. Rectangle : diagonales de même longueur.
Losange : diagonales perpendiculaires.

4. Rectangle : deux côtés consécutifs perpendiculaires.
Losange : deux côtés consécutifs de même longueur.

5. Diagonales de même longueur et perpendiculaires
ou
Deux côtés consécutifs perpendiculaires et de même longueur.

■ Objectif 1. Reconnaitre et construire un parallélogramme

Je m'entraine

1 **a.** (EF) et (GH).
(FG) et (HE).
b. EF = GH et FG = HE.
c. $\widehat{EFG} = \widehat{GHE}$ et $\widehat{FGH} = \widehat{HEF}$.

2 ①, ③ et ⑤

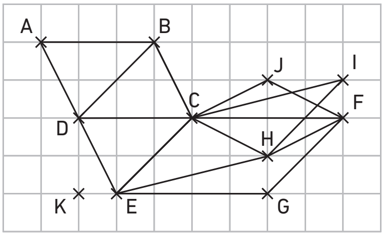
3 **a.** Oui, car les côtés opposés ont la même longueur.
b. Non.
c. Oui, car deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur.
d. Non.
e. Oui, car les diagonales se coupent en leur milieu.
f. Non.

■ Je résous des problèmes simples

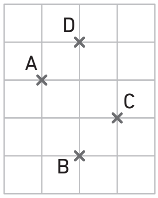
4 **5** **6** À vérifier sur le cahier de l'élève.

7 MNOK, BRON, RSLO, BSLN et BRKM.

8



9



10 On trouve des losanges, des rectangles et des parallélogrammes.

11 **12** **13** À vérifier sur le cahier de l'élève.

■ Objectif 2. Reconnaitre et construire un parallélogramme particulier

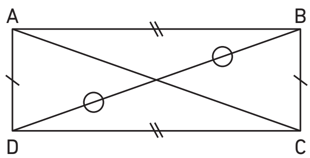
Je m'entraine

14 **a.** Faux.
b. Vrai.
c. Faux.

15 **a.** ABCD est un losange.
b. ABCD est un carré.
c. ABCD est un rectangle.

16 Rectangle : ⑤
Losange : ① et ③
Carré : ⑥

17



Je résous des problèmes simples

18 Losange : ADHG, RSTU, CFLK et BCFE.
Rectangle : ABCD et BCFE. Carré : BCFE

19 **20** À vérifier sur le cahier de l'élève.

21 Représenter un carré de côtés de longueur 6 cm.

22 **a.** Si un parallélogramme possède des diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.
b. Si un parallélogramme possède deux côtés consécutifs perpendiculaires, alors c'est un rectangle.

c. Si un parallélogramme possède des diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

d. Si un parallélogramme possède deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.

23 **1.** et **2.** À vérifier sur le cahier de l'élève.

3. ABCD est un rectangle de centre O.

24 **1.** Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires, de même longueur et se coupent en leur milieu, alors c'est un carré.

2. Si un quadrilatère possède des diagonales de même longueur et *qui se coupent en leur milieu*, alors c'est un rectangle.

25 **1.** et **2.** À vérifier sur le cahier de l'élève.

DEFG est un parallélogramme.

3. EFMN est un losange.

4. Non, le quadrilatère DERF n'est pas un losange.

Je travaille seul(e)

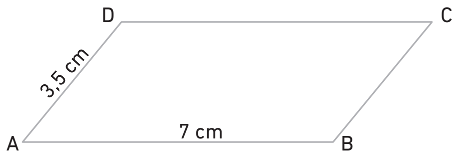
26 A **27** C **28** C **29** A **30** C

31 ADFB de diagonales [AF] et [DB].

BDFE de diagonales [BF] et [DE].

BDGF de diagonales [BG] et [DF].

32 **1.** Voici une réalisation, mais d'autres sont possibles.



2. Elles se coupent en leur milieu.

En effet, dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu.

33 **1.** (AJ) et (CI) sont perpendiculaires à une même troisième droite (DB), donc elles sont parallèles entre elles.

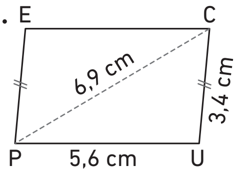
2. ABCD est un parallélogramme, donc (AI) et (JC) sont parallèles.

Les côtés opposés de AICJ sont parallèles, donc AICJ est un parallélogramme.

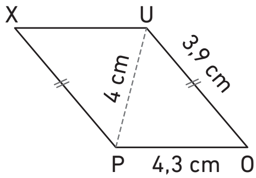
34 Réaliser la figure en suivant les indications données dans l'énoncé.

35

1.

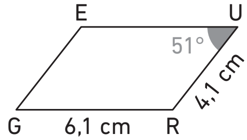


2.

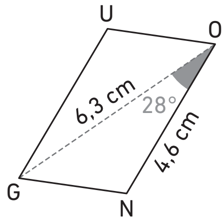


36

1.

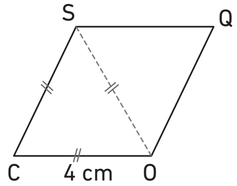


2.

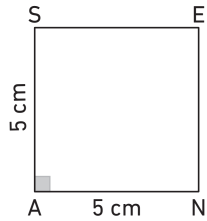


37

1.



2.



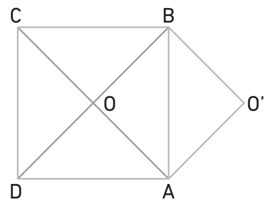
38 Dans un parallélogramme, les côtés opposés sont parallèles. Donc (IJ) et (LK) sont parallèles.

Le quadrilatère MNOP est un trapèze, car il possède deux côtés opposés communs (IJ) et (LK) avec le parallélogramme IJKL.

39 Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu. Donc RO = OF.

O est le milieu de [IJ], car OI = OJ = RO : 2.

40 **1.** et **2.**



3. O' est le symétrique de O par rapport à la droite (AB) donc O'A = OA et O'B = OB.

Par ailleurs, ABCD est un carré donc ses diagonales ont la même longueur et se coupent en leur milieu. Donc OA = OB.

On déduit que OA = OB = O'A = O'B.

Un quadrilatère qui possède quatre côtés de même longueur est un losange. D'où AOBO' est un losange.

41 Réaliser la figure en suivant les indications données dans l'énoncé.

42 **1.** Faux. **2.** Faux. **3.** Vrai.

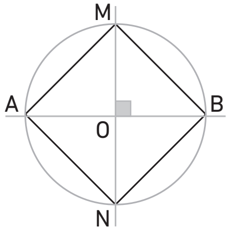
43 **1.** ABCD est un rectangle.

2. EFGH est un carré.

3. IJKL est un losange.

4. MNOP est un carré.

44 **1.** et **2.**



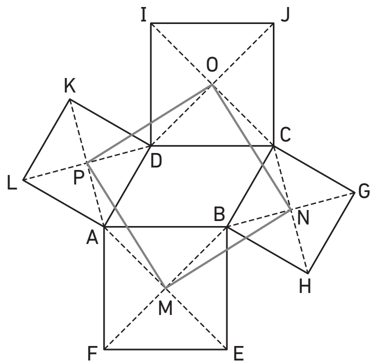
3. Les diagonales de AMBN se coupent en leur milieu, donc AMBN est un parallélogramme.
4. Les diagonales de AMBN ont même longueur (diamètres du cercle), donc AMBN est un rectangle.
5. Les diagonales de AMBN sont perpendiculaires, donc AMBN est un carré.

45 MNOP est un parallélogramme possédant deux côtés consécutifs de même longueur, MN et NO, donc MNOP est un losange.

46 Si les côtés opposés du champ du père de Julien ont la même longueur, cela ne veut pas dire que le champ est de forme rectangulaire.
L'erreur de Théo est d'avoir effectué un calcul d'aire en considérant qu'il s'agit d'un rectangle.

■ Je résous des problèmes

47 **1.** et **2.**



3. Le quadrilatère MNOP semble être un carré.

48 **1.** et **2.** À vérifier sur le cahier de l'élève.
3. On trouve environ $A = \pi \times 3^2 \approx 28$ cm^2.

49 **1.** et **2.** À vérifier sur le cahier de l'élève.
3. On trouve environ 12,5 cm^2.

50 ABCD est un parallélogramme donc ses angles successifs sont supplémentaires.
Et donc $\widehat{ABC} = 60°$.
Ses angles opposés sont égaux donc $\widehat{ADC} = 60°$.
Les angles $\widehat{EDG}$ et $\widehat{ADC}$ sont opposés par le sommet donc $\widehat{EDG} = \widehat{ADC} = 60°$.
En continuant ainsi de suite, on prouve que $\widehat{HIJ} = 60°$.

51 Construction à vérifier sur le cahier de l'élève.
Programme de construction : Construire le triangle ABD tel que AB = 4 cm, AD = 3 cm et BD = 6 cm.
La parallèle à (AB) passant par D et la parallèle à (AD) passant par B se coupent en C.
BDFE est un parallélogramme possédant deux côtés consécutifs perpendiculaires donc c'est un rectangle. La perpendiculaire à (BD) passant par B coupe (DC) en E.
La perpendiculaire à (BE) passant par E et la perpendiculaire à (DB) passant par D se coupent en F.

52 Construction à vérifier sur le cahier de l'élève.
Programme de construction : Construire un parallélogramme MRSE tel que RS = 4 cm, MR = 5 cm et $\widehat{RSE} = 41°$. Tracer la diagonale [RE].
Construire le triangle AMR isocèle en A.
Attention, rien ne prouve que les points A, R et S sont alignés !

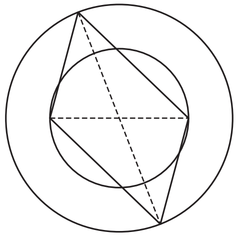
53 Construction à vérifier sur le cahier de l'élève.
Méthode :
Tracer un segment [FG] de longueur 2,5 cm.
Tracer la perpendiculaire à [FG] passant par F. Tracer un arc de cercle de centre G et de rayon 6 cm. Cet arc intercepte la perpendiculaire en H. Finir de construire le rectangle GFHS.
Finir de construire le parallélogramme CFGH.

54 Construction à vérifier sur le cahier de l'élève.
On commencera par construire le parallélogramme ABCD. Puis on prolonge le côté [BC]. Le point E est le point d'intersection de (BC) et de l'arc de cercle de centre D et de rayon 5 cm.
On finit en construisant le losange DCFE.

55 Si un quadrilatère a des côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

56 ABCD est un parallélogramme, mais non nécessairement un rectangle.

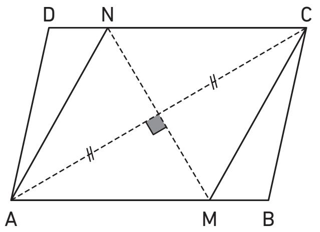
57 **1.**



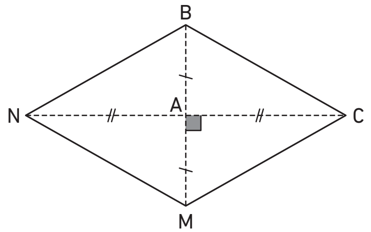
2. Les diamètres des cercles qui sont les diagonales du quadrilatère se coupent en leur milieu donc le quadrilatère est un parallélogramme.

58 **1.** Construction à vérifier sur le cahier de l'élève.
2. Le parallélogramme DEFG possède des diagonales perpendiculaires donc c'est un losange.

59

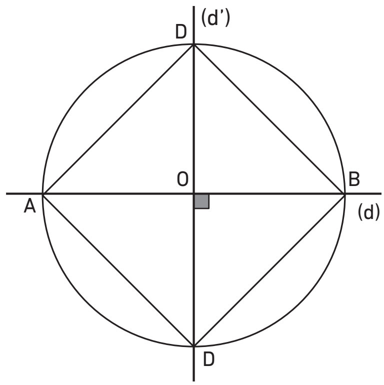


60 **1.**



2. M est le symétrique de B par rapport à A donc A est le milieu de [MB]. N est le symétrique de C par rapport à A donc A est le milieu de [NC].
Les diagonales de BCMN ont le même milieu donc BCMN est un parallélogramme.
3. ABC est un triangle rectangle en A donc BCMN possède des diagonales perpendiculaires. On en déduit que BCMN est un losange.

61 **1.**

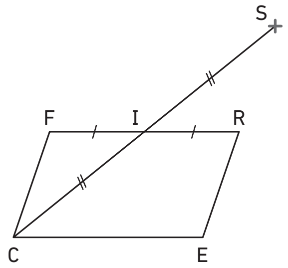


2. A, B, C et D appartiennent au cercle de centre O donc OA = OB = OC = OD.
Les diagonales de ACBD ont même longueur et se coupent en leur milieu donc ACBD est un rectangle.
(d) et (d') sont perpendiculaires donc les diagonales du rectangle ACBD sont perpendiculaires.
On en déduit que ACBD est un carré.

62 **1.** Construction à vérifier sur le cahier de l'élève.
2. ABCD est un parallélogramme donc les côtés opposés sont égaux, soit : AD = BC.
3. Dans le parallélogramme ACED, on prouve de même que AD = CE et on en déduit que BC = CE.

63 Lorsqu'on promène le point P sur le quart de cercle, la longueur OP ne change pas, car OP est un rayon de ce quart de cercle.
Le quadrilatère OAPB est un rectangle dont les diagonales sont de même longueur et donc AB = OP.
On en déduit que la longueur AB ne change pas lorsqu'on promène P sur le quart de cercle.

64 **1.**



R semble être le milieu du segment [ES].
2. CERF est un parallélogramme donc : (CF) // (ER) et CF = ER.
Les diagonales du quadrilatère CFSR se coupent en leur milieu donc CFSR est un parallélogramme et donc : (CF) // (RS) et CF = RS.
On en déduit que E, R et S sont alignés et ER = RS donc R est le milieu de [ES].

■ Dans les autres matières

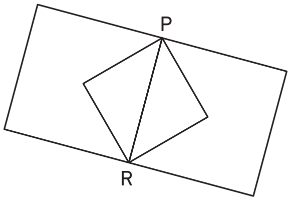
65 À vérifier sur le cahier de l'élève.

66 Parallelogram **: e**.
Rectangle : **a**, **d** et **e**.
Diamond : **b**, **c** et **e**.
Squarre : **a**, **b**, **c**, **d**, **e** et **f**.

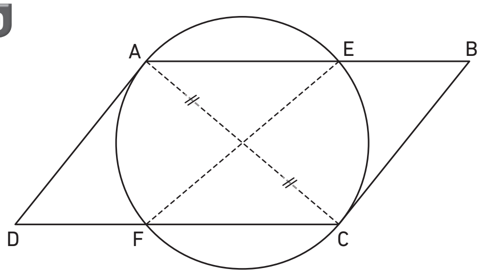
67 9 rectangles et 5 losanges.

68 À vérifier sur le cahier de l'élève.

69

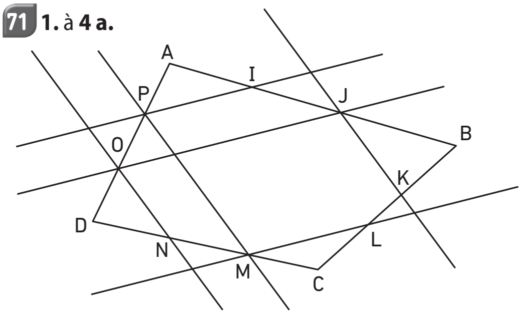


70



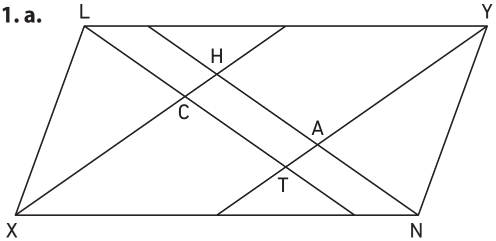
■ Devoirs à la maison

71 **1.** à **4 a.**



4. b. On compte 9 parallélogrammes.

72 **1. a.**



b. Le quadrilatère CHAT semble être un rectangle.
2. Lorsque le quadrilatère LYNX est un rectangle, le quadrilatère CHAT semble être un carré.
Construction à vérifier sur le cahier de l'élève.
3. Lorsque le quadrilatère LYNX est un losange, les points C, H, A et T semblent être confondus.
Les bissectrices des angles du losange sont des axes de symétrie du losange donc les bissectrices de deux angles opposés sont confondues.

■ Avec un logiciel

Activité 1. Quadrilatères particuliers

• Considérations didactiques et mise en pratique
L'objectif est de reconnaître des quadrilatères particuliers et d'appliquer leurs propriétés dans les démonstrations demandées.
L'activité peut être proposée à différents niveaux de difficulté. Pour des élèves pas trop à l'aise avec la discipline, les exigences pourront s'arrêter aux conjectures demandées et à de simples justifications. Les élèves les plus doués pourront formaliser les démonstrations en insistant sur la notion de condition suffisante.

• Correction
1. à **3.** À vérifier sur l'écran de l'élève.
4.

Nature de ABCD	Nature de AEBO
Quadrilatère quelconque	Parallélogramme
Parallélogramme	Parallélogramme
Rectangle	Losange
Losange	Rectangle
Carré	Carré

Activité 2. D'un parallélogramme à l'autre

• Considérations didactiques et mise en pratique
Dans le même esprit que l'activité précédente, ce problème a pour objectif de reconnaître et utiliser les propriétés des quadrilatères particuliers. Les élèves pourront passer de façon fluide et dynamique d'un quadrilatère particulier à un autre en y observant les propriétés qui ne sont plus nécessaires ou qui s'y rajoutent.
Les démonstrations demandées mettent en application les propriétés sur les quadrilatères particuliers.

• Correction
1. et **2.** À vérifier sur l'écran de l'élève.
3. le quadrilatère ABCD est un parallélogramme, car ses diagonales se coupent en leur milieu.
4. Le point M. De cette façon les diagonales sont perpendiculaires.
5. Le point N. De cette façon les diagonales sont de même longueur.
6. Il est possible que le quadrilatère ABCD soit un carré, en déplaçant les deux points.

Activité 3. Parallélogramme et triangles équilatéraux

• Considérations didactiques et mise en pratique
L'objectif est de mettre en œuvre une procédure pour construire un parallélogramme à l'aide d'un logiciel et de conjecturer la nature d'un quadrilatère.
Cette activité comme la suivante dont la difficulté réside dans la construction pourrait être donnée en prolongement des activités 1 et 2 aux élèves les plus rapides.

• Correction
Le quadrilatère MNOP semble être un parallélogramme.

Activité 4. Quadrilatère de plus grande aire

• Considérations didactiques et mise en pratique
L'utilisation du logiciel facilite grandement la conjecture. Dans un premier temps, les élèves admettront facilement que l'aire est plus grande lorsque les sommets se rapprochent du cercle. Le fait que la plus grande aire s'obtient avec le carré pourrait être démontré avec les élèves lors de la restitution en salle de classe.

• Correction
1. À vérifier sur l'écran de l'élève.
2. b. Le quadrilatère ABCD est dans ce cas un carré.

Activité 5. Des parallélogrammes de toutes sortes

• Considérations didactiques et mise en pratique
L'usage de Scratch permettra dans cette activité de travailler la notion d'angle dans les quadrilatères particuliers. Au travers du programme donné dans l'énoncé, l'élève devra modifier les mesures d'angles pour passer d'un quadrilatère à l'autre.
La deuxième partie est plus ouverte. Différentes solutions sont envisageables. L'une d'entre elles est proposée ci-dessous.

• *Correction*

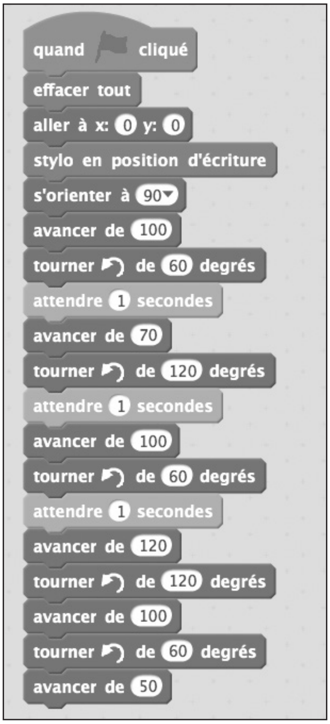
1. b. Un parallélogramme.

2. a. On pourra par exemple « avancer » à chaque fois de 100.

2. b. On pourra par exemple « tourner » à chaque fois de 90°.

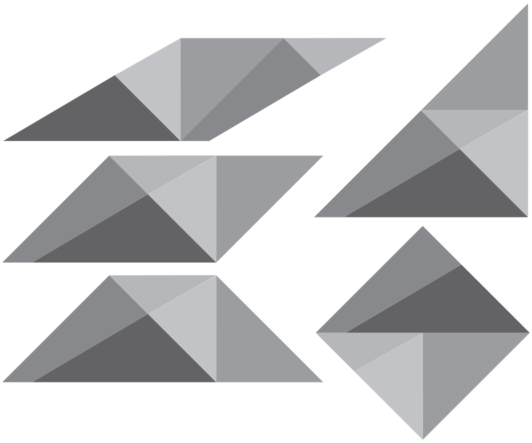
2. c. On effectue par exemple simultanément les modifications des questions **2. a.** et **2. b**.

3.



Tâches complexes

1. Tangram et parallélogrammes



2. Les problèmes DUDU

On peut supposer que le socle de la balançoire a la même longueur que l'écart en haut entre les deux anneaux d'attache.

Le niveau permet d'affirmer que le socle de la balançoire est parallèle au sol. Or, la barre du haut est également parallèle au sol. Un quadrilatère dont deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

On en déduit que la figure formée par les deux cordes, le socle et le haut de la balançoire est un parallélogramme.

Ainsi, quelle que soit la position du socle, la figure reste un parallélogramme. Julien a donc correctement réglé la balançoire.

chapitre 10

Aires et périmètres

I. Le programme

Thème C – Grandeurs et mesures

En continuité avec le travail engagé au cycle 3, ce thème se prête particulièrement à des connexions avec les autres thèmes du programme et offre de nombreux liens avec la physique-chimie ou les sciences de la vie et de la Terre. C'est aussi l'occasion d'activités de recherche (par exemple pour déterminer la formule donnant le volume de certains solides).

Les élèves doivent disposer de références concrètes (savoir, par exemple, que la circonférence de la Terre est environ 40 000 km) et être capables d'estimer l'ordre de grandeur d'une mesure. Par ailleurs, le travail autour des formules s'inscrit parfaitement dans l'introduction du calcul littéral.

Attendus de fin de cycle

- Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées
- Comprendre l'effet de quelques transformations sur des grandeurs géométriques

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées	
■ **Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables*,** notamment des grandeurs composées, en conservant les unités. ■ **Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités.** – Notion de grandeur produit et de grandeur quotient. – Formule donnant le volume d'une pyramide, d'un cylindre, d'un cône ou d'une boule.	■ Identifier des grandeurs composées rencontrées en mathématiques ou dans d'autres disciplines (par exemple, aire, volume, vitesse, allure, débit, masse volumique, concentration, quantité d'information, densité de population, rendement d'un terrain). ■ Commenter des documents authentiques (par exemple, factures d'eau ou d'électricité, bilan sanguin).

** En **gras** : ce qui est traité dans ce chapitre.*

II. Contexte du chapitre

Les notions d'aire et de périmètre ont été travaillées tout au long du cycle 3. La classe de sixième a permis entre autres de différencier ces deux notions souvent confondues par les élèves. L'enseignement de cinquième pourra revenir sur cette différenciation et sur le sens de chacune de ces notions. Cependant, les objectifs principaux de cette année scolaire sont, d'une part, l'assise de la notion de périmètre d'un polygone et donc l'absence de formules pour calculer celui-ci, d'autre part, la découverte et la consolidation des formules permettant de calculer l'aire de différentes figures (parallélogramme, triangle, disque). Ensuite, on mettra en jeu toutes ces connaissances afin de déterminer l'aire et/ou le périmètre de figures complexes.

III. Ressources disponibles sur le site compagnon

Avant de commencer	■ Un QCM interactif pour faire le point
Cherchons ensemble	■ Fichiers textes modifiables des activités
Objectif 1 **Objectif 2**	■ Vidéo « *Je comprends* » : Calculer le périmètre d'une figure ■ Vidéo « *Je comprends* » : Calculer l'aire d'une figure
Je travaille seul(e)	■ Un QCM interactif pour faire le point sur le cours
Avec un logiciel	Pour aider à la correction en vidéo-projection : ■ Activité 1 : Figure dynamique ■ Activité 2 : Figure dynamique ■ Activité 3 : Figure dynamique ■ Activité 4 : Programme Scratch Pour que les élèves travaillent en autonomie : ■ Fiches logiciel (GeoGebra et Tableur) et leurs tutoriels vidéo
Les problèmes DUDU	■ Vidéo : Les DUDU rénovent une boite

IV. Corrections et intentions pédagogiques

■ Cherchons ensemble

Activité 1. Découvrir le périmètre d'une figure et la longueur d'un cercle

• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette activité a pour but de remobiliser le calcul du périmètre d'un polygone ainsi que la formule permettant de calculer la longueur d'un cercle. Elle permettra également de travailler encore la différenciation aire / périmètre, car bien que le polygone ait une aire plus petite que celle du disque, son périmètre est plus grand, ce qui pourra surprendre au départ certains élèves.

• Correction

1. a. Le périmètre d'une figure est la mesure de son contour.
b. Laisser la place à toutes les réponses d'élèves.
2. a. Longueur (périmètre) d'un cercle de rayon *r* :

$$2\times\pi\times r\ .$$

b. Cercle : $2\times\pi\times 4 = 8\pi \approx 25{,}1$ cm. Polygone : 26 cm.
c. C'est le polygone qui a le plus grand périmètre.
d. Périmètre du polygone : 0,26 m.

Activité 2. Calculer le périmètre d'une figure

• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette activité permettra de mobiliser dans une situation concrète tous les éléments qui permettent de calculer le périmètre d'une figure. Les élèves seront pour cela amenés à décomposer la figure donnée en plusieurs figures dont ils savent calculer le périmètre.

• Correction

1. Le demi-cercle a pour diamètre : 2,5 m.
2. Son rayon est donc de 1,25 m et son périmètre :

$$\frac{2\times\pi\times1{,}25}{2} \approx 3{,}93 \text{ m.}$$

3. Périmètre de la piscine : $17{,}5 + 3{,}93 \approx 21{,}43$ m.
4. Il faudra 6 tubes à Patrick pour réaliser ses travaux.

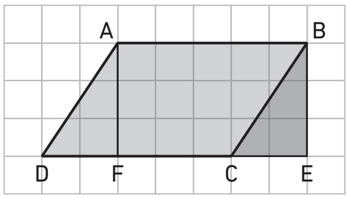
Activité 3. Calculer l'aire d'un parallélogramme

• Considérations didactiques et mise en pratique

Dans cette activité, les élèves vont être amenés à faire le lien, par découpage et recollage, entre l'aire d'un parallélogramme et l'aire d'un rectangle ayant un côté commun. Ensuite, dans une seconde partie, on étudiera les cas où les sommets du parallélogramme ne sont plus sur le côté du rectangle correspondant. Par découpage et recollage, on montrera que l'on peut toujours se ramener au premier cas et donc généraliser la formule obtenue pour calculer l'aire d'un parallélogramme.

• Correction

1. a. À vérifier sur le cahier de l'élève.
b. et c.



d. À vérifier sur le cahier de l'élève.
e. Cette distance est la même dans les deux quadrilatères.
f. L'aire de ces parallélogrammes se calcule de la façon suivante : Base × Hauteur.
2. a. et **b.** À vérifier sur le cahier de l'élève.
c. Après collage, on retombe dans le cas étudié au **1.**
3. Aire d'un parallélogramme = Base × Hauteur.

Activité 4. Calculer l'aire d'une figure plane

• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette activité a pour objectif d'amorcer une méthode de travail pour que les élèves puissent calculer des aires par décomposition et recomposition. À cette occasion, les élèves seront invités à remobiliser la formule permettant de calculer l'aire d'un disque. Ils auront ainsi un panel complet des formules d'aire à connaitre en classe de cinquième.

• ***Correction***

1. Aire d'un disque : $\pi \times r^2$.

2. Aire du disque orange : $\pi \times 2^2 = 4\pi \approx 12{,}6$ cm^2.

3. Aire violette = aire triangle + aire rectangle + aire parallélogramme – aire disque.

Aire violette :

$$= \frac{4 \times 3}{2} + 6 \times 4 + 4 \times 2 - 4\pi = 38 - 4\pi \approx 25{,}43 \text{ cm}^2.$$

4. 2 543 mm^2 ou encore 0,002543 m^2.

■ Objectif 1. Calculer le périmètre d'une figure dans différentes unités

Je m'entraine

1 **a.** 12 cm. **b.** 210 dm. **c.** 31,4 cm. **d.** π km.

2 22 cm.

3 600 m.

4 21,4 cm.

5 $8\pi \approx 25{,}1$ m.

6 **a.** 58 m. **b.** 687,24 m. **c.** 35,876 m. **d.** 0,6 m. **e.** 0,37 m. **f.** 0,079 m.

7 **a.** 36 000 mm. **b.** 0,73 hm. **c.** 380 dam. **d.** 6,7 hm. **e.** 0,1 234 dam. **f.** 500 dam. **g.** 450 000 cm. **h.** 400 cm. **i.** 0,658 dam. **j.** 20 mm.

Je résous des problèmes simples

8 48,4 m.

9 $9\pi \approx 28{,}3$ dm.

10 $15{,}3 + 5\pi \approx 31$ cm.

11 **1.** L'autre côté du parallélogramme doit mesurer 3 cm.
2. Oui, car les angles du parallélogramme peuvent différer.

12 À vérifier sur le cahier de l'élève.

13 À vérifier sur le cahier de l'élève.

14 Le rayon du cercle est approximativement de 3,5 cm.

15 Bleu : 7 côtés de carreaux + 2 diagonales de un carreau + 1 diagonale de deux carreaux
Orange : 9 côtés de carreaux + 2 diagonales de un carreau + 1 diagonale de deux carreaux
C'est donc le polygone orange qui a le plus grand périmètre.

16 650 m.

17 Environ 162 cm, soit 1,62 m.

18 $8 + 2\pi \approx 14{,}3$ cm.

19 Classés dans l'ordre croissant :
– un rectangle de dimensions 7 cm et 2 dm a pour périmètre 54 cm ;
– un cercle de diamètre 190 mm a pour périmètre environ 59,7 cm ;
– un carré de côté 15 cm a pour périmètre 60 cm.

■ Objectif 2. Calculer l'aire d'une figure dans différentes unités

Je m'entraine

20 **a.** 1 100 m^2. **b.** Carré : 25 m^2 et Cercle : $9\pi \approx 28{,}3$ m^2.

21 **1.** 16π m^2. **2.** 50 m^2.

22 **1.** $3{,}5^2 \times \pi = 12{,}25\pi$ cm^2. **2.** 38 cm^2.

23 12 cm^2.

24 $28 + 4\pi \approx 40{,}6$ m^2.

25 **a.** 8,94 m^2. **b.** 1,2856 m^2. **c.** 1,2 m^2. **d.** 0,12 m^2. **e.** 0,0075 m^2. **f.** 0,000687 m^2.

26 **a.** 54 000 000 mm^2. **b.** 0,48 dam^2. **c.** 50 000 dam^2. **d.** 8,79 dm^2. **e.** 0,00 0352 dam^2. **f.** 540 dam^2.

Je résous des problèmes simples

27 **a.** $\frac{2{,}5 \times 2{,}5 \times \pi}{2} = 3{,}125\pi \approx 9{,}82$ cm^2.
b. $4\pi \approx 12{,}57$ cm^2.
c. $27\pi \approx 84{,}82$ cm^2. **d.** $3\pi \approx 9{,}42$ cm^2.

28 $6{,}5 \times 3{,}4 + \pi \times 1{,}7^2 \approx 31{,}2$ m^2.

29 **1.** 21,42 – π dam^2 soit environ 18,28 dam^2.
2. 1828 m^2.

30 58,1 m^2.

31 **1.** $7\pi \approx 22$ cm^2. **2.** $13\pi \approx 40{,}8$ cm^2.

32 Environ 1 243 m^2.

■ Je travaille seul(e)

33 B **34** C **35** B **36** A **37** B

38 **1.** 13,1 m. **2.** 1,31 dam.

39 40,15 m.

40 Environ 80,9 mm ou encore 8,1 cm.

41 **1.** Environ 21 338 km.
2. La circonférence de Mars est environ égale à la moitié de la circonférence de la Terre.

42 18,25 cm^2.

43 20,5 cm^2.

44 Aire de WXV = 6,11 cm^2 et Aire de AER = 4,3 cm^2.

45 13,365 cm^2.

46 **2.** 15 cm^2.

47 Environ 32,6 cm^2.

48 Environ 86 cm^2.

49 Environ 341 m^2.

50 **1.** Il reste environ 438,2 cm^2.
2. Oui, car un tel triangle a une surface de 180 cm^2.
3. La construction est possible en prenant la feuille en portrait, en traçant le rectangle dans le coin haut gauche, le triangle dans le coin bas droit, le carré dans le coin haut droit et le disque là où il reste de la place, entre le rectangle et le triangle.

Je résous des problèmes

51

Rayon du disque (en m)	Diamètre du disque (en m)	Périmètre du disque (en m)	Aire du disque (en m^2)
4	8	$8\times\pi$	$16\times\pi$
4,5	9	$9\times\pi$	$20{,}25\times\pi$
3,5	7	$7\times\pi$	$12{,}25\times\pi$
6	12	$12\times\pi$	$36\times\pi$

52 **1.** $6\pi + 18$ m soit environ 36,85 m. **2.** 4,87 m^2.

53 **1. a.** $6{,}25\pi$ cm^2. **b.** $12{,}5\pi$ cm^2. **c.** $18{,}75\pi$ cm^2.
d. 25π cm^2. **e.** $\frac{50}{3}\pi$ cm^2. **f.** $1{,}25\pi$ cm^2.

2. $\frac{\alpha}{360}\times 25\pi$.

3. a. $\frac{125}{72}\pi$ cm^2. **b.** $2{,}5\pi$ cm^2. **c.** $\frac{215}{72}\pi$ cm^2.

54 **1.** Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires, de même longueur et se coupent en leurs milieux.
2. 50 dm^2.

55 **1.** Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leurs milieux.
2. 24 cm^2.

56 **1.** 6π m soit environ 18,85 m.
2. $2{,}25\pi$ m^2 soit environ 7,07 m^2.

57 Périmètre : 52 cm. Aire : 41 cm^2.

58 **1.** $2{,}89\pi$ m^2. **2.** 9,0792 m^2.

59 **1.** ABCE se décompose ainsi en un triangle et un parallélogramme.
2. 11,1 cm^2. **3.** $\frac{b+B}{2}\times h$.

60 **1.** Vrai.
2. Faux, on la quadruple.
3. Vrai. **4.** Faux, on la quadruple.

61 **1.** Environ 37,6 m^2. **2.** Environ 1 317 €.

62 150 cm^2.

63 C'est le rectangle de largeur 13 cm et de longueur 13 cm, c'est-à-dire le carré de côté 13 cm.

64 **1.** Environ 230,7 m^2.
2. Environ 9,3 kg de semences.

65 54π cm^2 soit environ 169,6 cm^2.

66 Dans une petite pizza, le rayon est divisé par 2, donc l'aire par 4. Il faut donc 4 petites pizzas pour faire une grande. La meilleure offre est donc 12 € pour une grande pizza.

67 **1.** $16{,}895 + 2{,}5\pi$ cm^2. **2.** 24,75 cm^2.

Dans les autres matières

68 **1.** Ils ne sont pas côte à côte, car le couloir extérieur est plus long que le couloir intérieur. On compense donc par des décalages pour que tous les coureurs concourent sur la même distance.
2. Pour le couloir 1, le calcul de la distance (D_1) se fait par la formule : $D_1 = 2\times L + 2\times\pi\times r$ où L est la longueur des lignes droites et r le rayon du premier demi-cercle augmenté de 30 cm.
Pour le couloir 2, le calcul de la distance se fait par la formule : $2\times L + 2\times\pi\times(r+1{,}12)$
Il va donc falloir un décalage de $D_1 - D_2 = 2\times\pi\times 1{,}12$ m soit environ 7,037 m.
Pour les autres couloirs, l'écart sera à chaque fois de $2\times\pi\times 1{,}22$ m soit environ 7,665 m.

69 **1.** $x = 19$ cm. **2.** 271 cm^2.

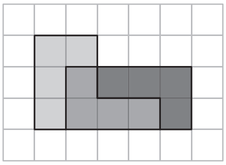
70 Zone de compétition : 211,9936 m^2.
Zone de combat : 52,9984 m^2.
Zone de danger : 29,8116 m^2.

Jeux mathématiques

71 Largeur : 6 cm et Longueur : 20 cm.

72 Le recouvrement est possible à faire pour un disque de 6,4 cm, mais il ne l'est plus pour un disque de 6,5 cm. Il faut positionner les disques de façon à ce qu'ils passent par le centre du grand disque et les sommets d'un pentagone régulier inscrit dans celui-ci.

73



74 En fait, les deux figures recomposées ne sont pas des triangles. Le premier a un côté incurvé et le second a un côté bombé. On peut le voir par proportionnalité. Les côtés de l'angle droit du triangle violet mesurent 8 unités et 3 unités. Donc un grand triangle basé sur celui-ci de côté 13 aurait l'autre côté de longueur 4,875 et non 5.
De même, le triangle vert a pour longueurs des côtés de l'angle droit 5 unités et 2 unités. Donc un grand triangle basé sur celui-ci de côté 13 aurait l'autre côté de longueur 5,2 et non 5.

■ Devoirs à la maison

75 **2.** 9 cm^2.
3. a. 3 cm. **b.** 2,25 π cm^2.
4. a. 6 cm. **b.** 9 π cm^2.
5. Quart de disque vert : 20,25 π cm^2.
Quart de disque violet : 36 π cm^2.
6. a. 67,5 π + 9 cm^2. **b.** 221,06 cm^2.
7. 15 π + 12 cm soit environ 59 cm.

76 Le format des livres pouvant varier, on donne ici la méthode pour trouver la réponse au problème posé, mais pas sa correction qui ne sera donc pas la même suivant le modèle de livre utilisé.
Mesurer directement sur le livre et multiplier par 200 pour avoir la longueur réelle.
On peut découper cette figure en deux rectangles et un triangle rectangle ou encore un rectangle et un trapèze.
Une fois que l'on a trouvé son aire en m^2, on lui rajoute 4 % pour les pertes et on multiplie le tout par 29 pour avoir une estimation du prix en euro.

■ Avec un logiciel

Activité 1. Médianes et aire d'un triangle

• Considérations didactiques et mise en pratique
Cette activité a pour but de montrer qu'une médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire. Dans un premier temps, les élèves vont utiliser l'outil informatique pour émettre une conjecture puis, ayant les outils pour la prouver, ils vont être invités à généraliser en prouvant cette conjecture.

• Correction
1. À vérifier sur l'écran ; on peut conjecturer que les triangles ABD et ACD ont la même aire.
2. b. Les hauteurs sont confondues, elles ont donc la même longueur.
c. Les aires des deux triangles sont égales, car leurs bases ont aussi la même longueur.
d. La médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire.

Activité 2. La plus grande aire

• Considérations didactiques et mise en pratique
Il s'agit dans cette activité de trouver l'aire maximale d'un triangle sous contraintes. Il est très rare au collège que l'on puisse mathématiquement optimiser une grandeur, car on n'a pas les outils disponibles. Ici, le logiciel de géométrie dynamique va permettre de conjecturer dans un premier temps, puis l'élève pourra prouver que sa conjecture est vraie et que, étant dans un cercle, on a atteint l'aire maximale pour ce triangle.

• Correction
2. a. L'aire maximale est obtenue quand (AB) et (AC) sont perpendiculaires.
b. En effet, si on considère que [AB] est la base du triangle ABC, la hauteur maximale relative à ce côté pourra être [AC], mais seulement dans le cas où les deux sont perpendiculaires.
3. 32 cm^2.

Activité 3. Quatre triangles dans un carré

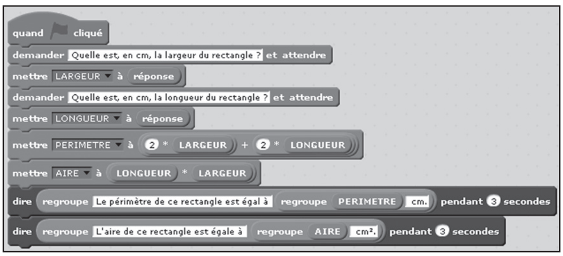
• Considérations didactiques et mise en pratique
Cette activité va permettre de conjecturer et prouver une propriété. En effet, si l'on place un point n'importe où à l'intérieur d'un carré, on définit alors quatre triangles. La somme des aires de deux triangles opposés est toujours la même et égale à la moitié de l'aire du carré. Les élèves vont être amenés, dans un premier temps, à conjecturer cette propriété à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique puis, dans un second temps, à la démontrer à l'aide de la distributivité. En effet, les deux triangles dont on calcule la somme des aires ont un côté de même longueur qui peut être mis en facteur.

• Correction
7. a. Aire EAB = $\dfrac{c \times EH}{2}$ **b.** Aire ECD = $\dfrac{c \times EK}{2}$
c. $\dfrac{c \times c}{2}$
d. Ils occupent la moitié du carré.
Conclusion : Quelle que soit la position du point E dans le carré, les surfaces rouges et vertes ont la même aire.

Activité 4. Périmètre et aire d'un rectangle

• Considérations didactiques et mise en pratique
Dans cette activité, les élèves seront amenés à manipuler des variables et à faire des calculs avec celles-ci. Ils devront également procéder à des affectations et des insertions des résultats de ces variables dans des phrases.

• Correction



Tâches complexes

1. Un beau stade de football !

Ligne de marquage au sol

Pourtour du terrain : 420 m.
Rond de corner : Environ 6,28 m, car il y a 4 quarts de cercle.
Marquage central : 147,50 m.
Surface de réparation 1 : 119,57 m.
Surface de réparation 2 : 119,57 m.
Total de lignes à marquer : 812,92 que l'on peut arrondir à 813 m si on compte les deux points de pénalty et le point dans le rond central.
Surface de ligne à marquer (10 cm de large) : 81,3 m^2
Il faut refaire le marquage 17 fois par an. Sur l'année, on doit donc marquer environ 1 382,1 m^2 de lignes. Il faut donc au moins 28 litres de produit par an, soit 2 bidons de 15 L par an.

Arrosage

Le terrain fait 10 800 m^2.
À chaque arrosage, il faut donc apporter 324 000 Litres.
Les arrosages ont lieu tous les 5 jours donc 73 fois par an.
Il faut donc 23 652 000 L soit 23 652 m^3 d'eau par an pour entretenir ce terrain.

2. Les problèmes DUDU

La surface à peindre, intérieur + extérieur est de :

$$2\times(33\times45)+4\times(45\times28{,}5)+4\times(33\times28{,}5)-2\times(13\times11{,}5)=11563\ \text{cm}^2.$$

Comme il faut faire 2 couches, il faut donc peindre : 23 126 cm^2, soit 2,3126 m^2.
Julien avait donc raison, 2 m^2 ne suffiraient pas. Il a bien fait de prendre un pot permettant de peindre 6 m^2.

chapitre 11

Prismes droits et cylindres de révolution – Volumes

I. Le programme

Thème C – Grandeurs et mesures

En continuité avec le travail engagé au cycle 3, ce thème se prête particulièrement à des connexions avec les autres thèmes du programme et offre de nombreux liens avec la physique-chimie ou les sciences de la vie et de la Terre. C'est aussi l'occasion d'activités de recherche (par exemple pour déterminer la formule donnant le volume de certains solides).

Les élèves doivent disposer de références concrètes (savoir, par exemple, que la circonférence de la Terre est environ 40 000 km) et être capables d'estimer l'ordre de grandeur d'une mesure. Par ailleurs, le travail autour des formules s'inscrit parfaitement dans l'introduction du calcul littéral.

Thème D – Espace et géométrie

Au cycle 3, les élèves ont découvert différents objets géométriques, qui continuent à être rencontrés au cycle 4. Ils valident désormais par le raisonnement et la démonstration les propriétés qu'ils conjecturent.

Attendus de fin de cycle

- Représenter l'espace.
- Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Représenter l'espace	
■ **(Se) repérer sur une droite graduée, dans le plan muni d'un repère orthogonal, dans un parallélépipède rectangle ou sur une sphère.** – Abscisse, ordonnée, altitude. – Latitude, longitude. ■ **Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides et de situations spatiales.** ■ **Développer sa vision de l'espace.**	■ Repérer une position sur carte à partir de ses coordonnées géographiques. ■ Mettre en relation diverses représentations de solides (par exemple, vue en perspective, vue de face, vue de dessus, vue en coupe) ou de situations spatiales (par exemple schémas, croquis, maquettes, patrons, figures géométriques). ■ Utiliser des solides concrets (en carton par exemple) pour illustrer certaines propriétés. ■ Utiliser un logiciel de géométrie pour visualiser des solides et leurs sections planes afin de développer la vision dans l'espace. Faire le lien avec les courbes de niveau sur une carte.
Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées	
■ **Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, en conservant les unités. Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités.** ■ **Notion de grandeur produit et de grandeur quotient.** ■ **Formule donnant le volume d'une pyramide, d'un cylindre, d'un cône ou d'une boule.**	■ Identifier des grandeurs composées rencontrées en mathématiques ou dans d'autres disciplines (par exemple aire, volume, vitesse, allure, débit, masse volumique, concentration, quantité d'information, densité de population, rendement d'un terrain). ■ Commenter des documents authentiques (par exemple factures d'eau ou d'électricité, bilan sanguin).

** En **gras** : ce qui est étudié dans ce chapitre.*

II. Contexte du chapitre

Au cycle 3, la manipulation, l'observation, la description et la représentation de nombreux solides (pavé droit, cube, prisme droit, pyramide régulière, cylindre, cône et boule) ont permis à l'élève de développer et structurer sa vision de l'espace environnant. L'ensemble de ces travaux l'ont conduit à mettre en jeu des grandeurs géométriques (aire, volume, angle) et leur mesure. Ce travail s'est fait conjointement avec une première modélisation de l'espace familier (la classe, l'établissement, l'environnement urbain proche, etc.) ouvrant sur des problèmes simples.
Au cycle 4, l'élève prolonge ce travail et aborde des situations dans un environnement plus complexe.
À la fin du cycle 3, le parallélépipède rectangle a été plus particulièrement étudié. Tout au long de ce chapitre 11, les différents travaux menés à partir d'observations de l'espace environnant renforcent chez l'élève la compréhension du rôle des mathématiques. Le lien avec d'autres disciplines est renforcé.
Pour commencer, des présentations similaires du prisme et du cylindre sont faites dans les deux premiers objectifs (Objectifs 1 et 2). L'élève, une fois familiarisé avec le patron et la représentation en perspective cavalière du prisme et du cylindre, peut s'appuyer sur l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique.
Objectif 3 : les problèmes mettent en jeu des grandeurs. L'étude du volume du cylindre est propice au développement de la vision de l'espace de l'élève.IV. Corrections et intentions pédagogiques

III. Ressources disponibles sur le site compagnon

Avant de commencer	■ Un QCM interactif pour faire le point
Cherchons ensemble	■ Fichiers textes modifiables des activités ■ Activité 1 : Figure dynamique ■ Activité 2 : Figure dynamique ■ Activité 3 : Tableur ■ Activité 4 : Programme Scratch
Objectif 1 **Objectif 2**	■ Vidéo « *Je comprends* » : Construire le patron d'une pyramide ■ Vidéo « *Je comprends* » : Calculer le volume d'une pyramide
Je travaille seul(e)	■ Un QCM interactif pour faire le point sur le cours
Je résous des problèmes	■ Exercice 74 : Programme Scratch ■ Exercice 75 : Figure dynamique ■ Exercice 78 : Figure dynamique
Avec un logiciel	Pour aider à la correction en vidéo-projection : ■ Activité 1 : Figure dynamique ■ Activité 2 : Tableur ■ Activité 3 : Programme Scratch Pour que les élèves travaillent en autonomie : ■ Fiches logiciel (GeoGebra et Tableur) et leurs tutoriels vidéo
Les problèmes DUDU	■ Vidéo : Les DUDU coulent du béton

IV. Corrections et intentions pédagogiques

■ Cherchons ensemble

Activité 1. Construire et représenter un prisme droit

• *Considérations didactiques et mise en pratique*
Il s'agit dans cette activité de représenter le patron d'un prisme droit à base triangulaire et de se familiariser avec le vocabulaire. Grâce au travail de description, de construction et la manipulation du patron d'un objet réel (meuble de rangement) l'élève va pouvoir développer des compétences de vision de l'espace et de représentation.
Pour cette activité, l'élève doit disposer d'outils géométriques et de matériel de construction. Ce travail peut être fait de façon individuelle ou en binôme. Une phase bilan est conseillée à la fin de chaque question.
À l'aide du fichier M5-C11-ACT1.ggb qui accompagne l'activité, le professeur peut projeter au tableau le patron du prisme pour aider les élèves les plus en difficulté.

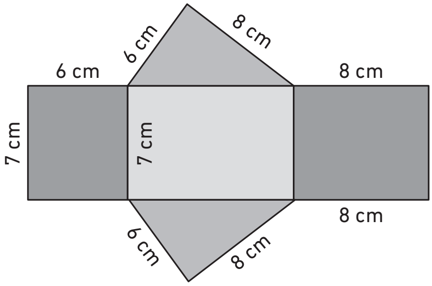
• Correction :

1. a. Le solide est un prisme droit à base triangulaire.

1. b. 1 : bases superposables ; 2 : hauteur ; 3 : face latérale ; 4 : aire latérale.

2. a. Cinq faces seront représentées. Les deux bases sont des triangles. Les trois faces latérales sont des rectangles.

2. b. Patron du meuble :



1 cm sur le dessin représente **10 cm en réalité**

Activité 2. Construire et représenter un cylindre de révolution

• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette activité a pour but la construction du patron d'un cylindre et son assemblage. C'est aussi l'occasion de rappeler la formule qui permet de déterminer le périmètre d'un cercle.

L'objet en 3D qui représente un objet de la vie réelle (une tirelire) constitue une approche enrichissante et intéressante de la géométrie dans l'espace.

À l'aide du fichier qui accompagne l'activité, le professeur peut projeter au tableau le patron du cylindre pour aider les élèves les plus en difficulté.

Pour conserver les solides réalisés : prévoir un rangement à laisser en classe, au moins pour les premières séances. Ne pas oublier de demander aux élèves de marquer leur nom sur leur solide.

• Correction :

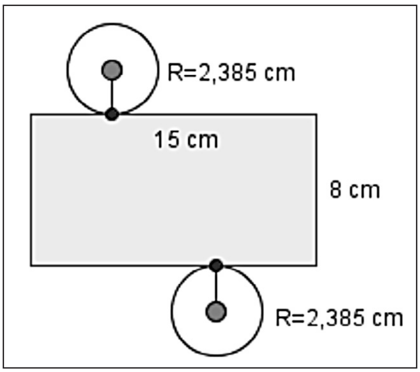
1. a. À vérifier sur le cahier de l'élève.

1. b. Hauteur de la tirelire : 8 cm.

2. a. $P = 15$ cm.

2. b. $P = \pi \times D$ donc $D = \frac{P}{\pi} = \frac{15}{\pi} \approx 4{,}77$ cm.

3. Patron de la tirelire :



Activité 3. Calculer le volume d'un cylindre dans différentes unités

• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette activité a des objectifs multiples. C'est l'occasion de rappeler l'aire d'un disque (question **1**), de rappeler la relation $1\ \text{L} = 1\ \text{dm}^3$ (question **2**), de faire le point sur deux grandeurs proportionnelles (question **3**), d'interpréter les valeurs obtenues dans un tableau (question **4**), puis de conjecturer le volume d'un cylindre (question **5**).

Cette activité montre l'intérêt du pluviomètre : un instrument de mesure météorologique servant à mesurer la quantité de précipitations à un endroit donné pendant une période précise, reliant ainsi les Maths et l'environnement.

L'élève peut travailler sur papier ou sur tableur, seul ou en binôme. Le professeur pourra lancer le débat en projetant le tableau de la question **2** sur tableur, et faire apparaitre la proportionnalité des deux grandeurs : hauteur d'eau et volume d'eau dans le pluviomètre. Le coefficient de proportionnalité sera ensuite établi par les élèves.

• Correction

1. $A \approx 19{,}625\ \text{cm}^3$.

2.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Total mensuel (en mm)	36	**44**	**28**	**36**	**44**	**8**
Total mensuel (en cm)	**3,6**	**4,4**	**,8**	**3,6**	**4,4**	**0,8**
Volume (en cm^3)	70,65	**86,35**	**54,95**	**70,65**	**86,35**	**15,7**
Volume (en mL)	**70,65**	**86,35**	**54,95**	**70,65**	**86,35**	**15,7**

3. a. Oui

3.b. Coefficient de proportionnalité : 19,625. C'est l'aire de la base du cylindre.

4. $V = 20 \times 19{,}625 = 392{,}5\ \text{cm}^3$.

5. $V = \pi R^2 h$ où R est le rayon de la base et h la hauteur du cylindre.

Activité 4. Calculer le volume d'un cylindre à l'aide d'un tableur

• Considérations didactiques et mise en pratique

Trois objectifs sont présents dans cette activité : lire, comprendre et interpréter en langage mathématique un texte (question **1**), être capable d'écrire une formule dans une feuille de calcul (question **2**) et interpréter les résultats du tableur pour conclure et répondre à une demande (question **3**).

L'utilité des mathématiques dans un problème concret : choisir le bon silo (réservoir pour stocker des produits agricoles) est ici mise en évidence.

Les élèves peuvent travailler en binôme sur une feuille de calcul (sur ordinateur ou sur tablette).

Le professeur peut projeter au tableau le fichier M5-C11-ACT4.xls qui accompagne l'activité pour aider les élèves qui en auraient besoin dans la manipulation du tableur et pour discuter de la réponse à apporter au client.

• *Correction :*

2. b. =PI()*(A2/2)^2*B2

2. c.

	A	B	C
1	Diamètre (en m)	Hauteur (en m)	Capacités (en m3)
2	1,8	4,96	12,62166265
3	1,8	5,79	14,73375539
4	1,8	6,63	16,87129503
5	2,25	5,12	20,3575204
6	2,25	5,95	23,6576653
7	2,25	6,79	26,99757099
8	2,7	3,6	20,6119894
9	2,7	4,43	25,36419807
10	2,7	5,27	30,17366226
11	3,1	3,8	28,68117013
12	3,1	4,63	34,9457415
13	3,1	5,47	41,28578964

3. Le silo de diamètre 2,7 m et de hauteur 4,43 m convient.

■ Objectif 1. Construire et représenter un prisme droit

Je m'entraine

1 **a.** Faux ; **b.** Vrai ; **c.** Vrai ; **d.** Faux

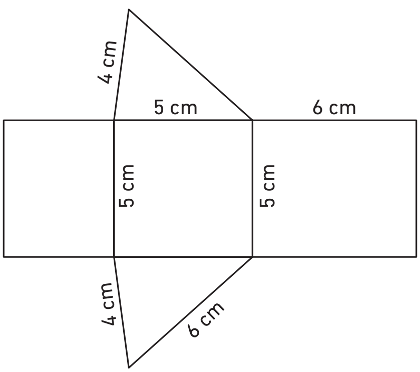
2 **1.** Un prisme droit est un solide dont :

a. Deux faces sont des polygones **parallèles** et **superposables**. On les appelle les bases ;

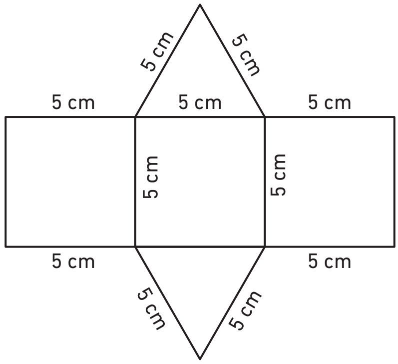
b. les autres faces sont des **rectangles**. On les appelle les **faces latérales**.

2. La hauteur d'un prisme droit est la longueur commune des **arêtes latérales**.

3 **a.** Patron du prisme :

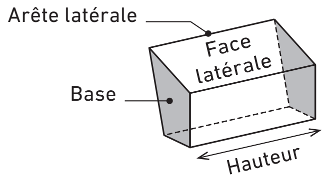


b. Patron du prisme de côté 50 mm soit 5 cm :

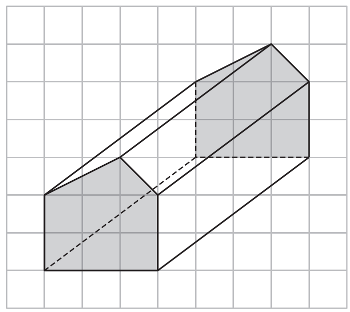


4 **a.** Non.
b. Oui, base de couleur verte.
c. Oui, base de couleur violette.

5



6 **1.** Perspective cavalière

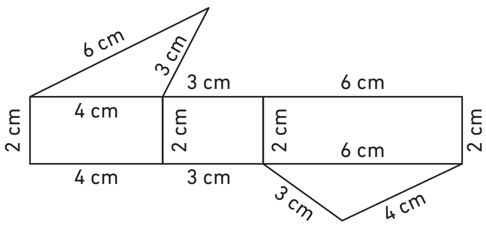


2. Ce solide a 7 faces, 15 arêtes, 10 sommets.

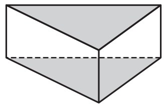
Je résous des problèmes simples

7 La figure **a** est un prisme droit à base carrée.
La figure **c** est un prisme droit à base octogonale.

8 **1.** Les bases sont des triangles.
2. $x=2$ cm ; $y=6$ cm ; $z=3$ cm et $t=4$ cm.
3.

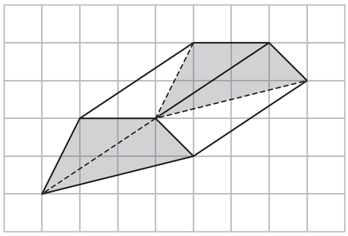


4.

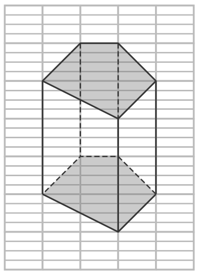


9 La distance parcourue par l'escargot est de 50 cm.

10 Perspective cavalière du prisme 1 :



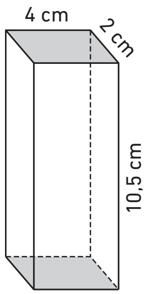
Perspective cavalière du prisme 2 :



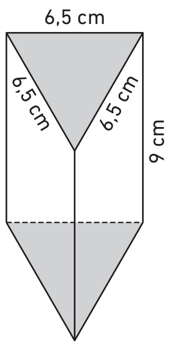
11 **a.** Oui, la base est de couleur rose ; **b.** Oui, la base est de couleur bleue ; **c.** Oui, la base est de couleur bleue.

12 **1.** La figure est le patron d'une maison.

13 **1.** Serre-livre de Léon (à base parallélogramme) :



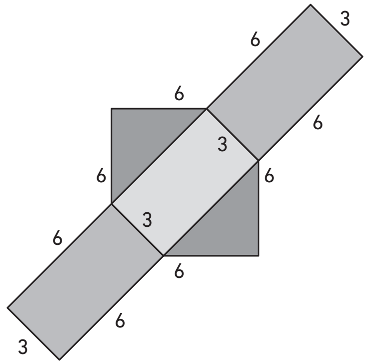
Serre-livre de Louise (à base triangulaire) :



2. Léon a utilisé 66 cm de ruban. Mais Louise a aussi utilisé 66 cm de ruban !

14 **1.** La base est un triangle rectangle isocèle.

2.



Objectif 2. Construire et représenter un cylindre de révolution

Je m'entraine

15 **a.** Vrai ;

b. Faux ;

c. Faux.

16 **1.** On obtient un cylindre de hauteur 4 cm et de rayon 3 cm.

2. On obtient un cylindre de hauteur 3 cm et de rayon 4 cm.

17 Un cylindre de révolution est un solide formé :

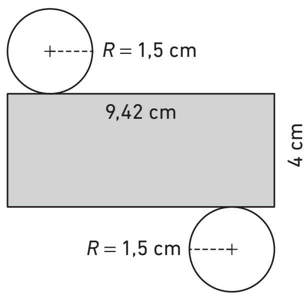
a. de deux faces parallèles qui sont des **disques** de même rayon. On les appelle les **bases** ;

b. d'une surface courbe appelée la **surface latérale**.

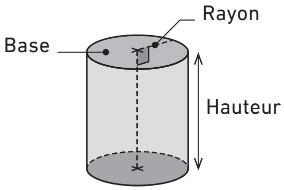
18 **a.** Les disques ont un rayon trop grand (périmètres $>$ largeur rectangle).

b. Les disques n'ont pas le même rayon.

19 Patron :



20

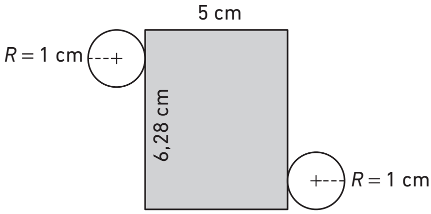


21 **a.** Non car il n'y a qu'un seul disque.
b. Non car la surface latérale n'est pas un rectangle.
c. Oui.
d. Oui.
e. Non car la surface latérale n'est pas un rectangle.

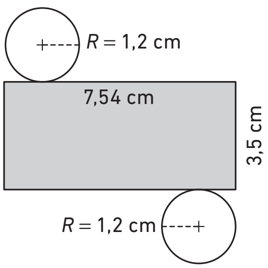
Je résous des problèmes simples

22 **a**, **b.** et **d**.

23

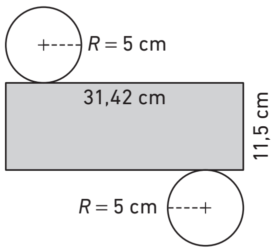


24 **1.** $p \approx 7{,}54$ cm.
2.



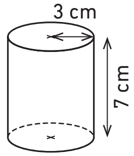
25 **1.** $p \approx 31{,}42$ cm

Patron :

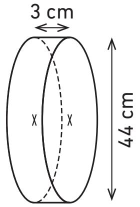


2. Surface de l'étiquette : $6{,}5 \times 2\pi \times 5 \approx 204{,}2$ cm.

26 **a.** Perspective cavalière sur une base :



b. Perspective cavalière sur sa face latérale :



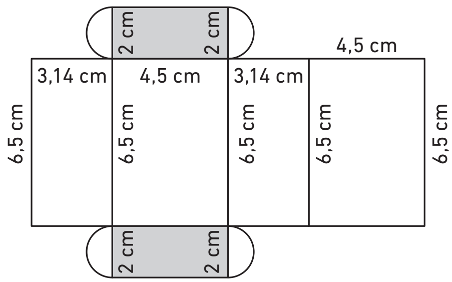
27

Rayon de la base	Diamètre de la base	Hauteur	Aire latérale
5 cm	10 cm	3 cm	30π cm^2
2 cm	4 cm	2 cm	8π cm^2
4,5 cm	9 cm	4,5 cm	$40{,}5\pi$ cm^2

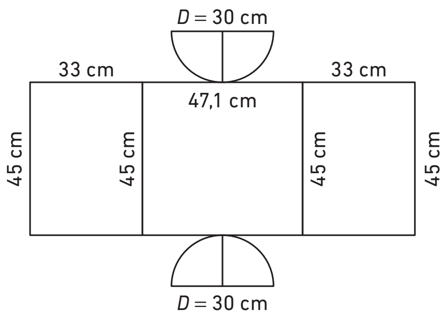
28 $H = \dfrac{6\pi}{2} \approx 9{,}4$ cm.

29 Aire totale : $304\pi \approx 955{,}04$ cm.

30 Patron de la pile 4,5 V :



31 Patron de l'obstacle du mini-golf :



32 **1.** Le cercle de gauche ne devrait pas être en pointillés.
2. Dimensions de la surface latérale : 35 mm par 81,7 mm.

■ Objectif 3. Calculer le volume d'un cylindre dans différentes unités

Je m'entraine

33

$1 m^3 = \mathbf{100}$ dm^3	$1 mm^3 = \mathbf{0{,}001}$ cm^3	$1 cm^3 = \mathbf{0{,}001}$ dm^3
$0{,}68 m^3 = \mathbf{680}$ dm^3	$2{,}05 cm^3 = \mathbf{2\,050}$ mm^3	$56{,}3 cm^3 = \mathbf{0{,}0563}$ dm^3
0,5 dL = **0,05** L	25 cL = **0,25** dm^3	$1 cm^3 =$ **1** mL

34 **a.** 180 L ; **b.** 20 cL ; **c.** 2 L ; **d.** 75 cL.

35

Transport	Quantité de CO_2 (en L)	Quantité de CO_2 (en cm^3)
Voiture	1,6	**1 600**
Avion	**1,728**	1728 cm^3
Train	0,256	**256**

36 **a.** $V = 27\pi \approx 84{,}82$ cm^3. **b.** $V = 6\pi \approx 18{,}85$ cm^3.

37 $V = 250\pi \approx 785{,}40$ cm^3.

38 **1.** $V = 225\pi \approx 707$ cm^3. **2.** $V \approx 0{,}707$ L.

39 **1.** $V = 96\pi \approx 302$ m^3. **2.** $V \approx 302\,000$ L.

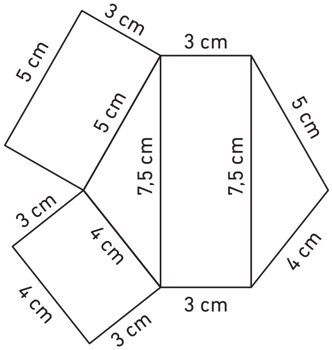
40 **1.** $V = 10{,}976\pi \approx 34{,}48$ m^3. **2.** $h = \dfrac{23{,}4}{\pi \cdot 2{,}8} \approx 0{,}95$ m.

41 Volume de la pièce de 1 € : 1 473 mm^3, soit 1,473 cm^3.

Je résous des problèmes simples

42 **1.** $r = 2{,}5$ m.
2. $V = 156{,}25\pi$ m^3.
3. Le château d'eau peut contenir 490 874,8 L d'eau.

43 **1.** Perspective cavalière :



2. $V = 8624\pi \approx 27\,093$ $cm^3 \approx 27{,}093$ L.
3. Poids de l'eau versée dans le rouleau : 27,093 kg.
4. $A \approx 3\,870$ $cm^2 \approx 0{,}387$ m^2.

44 Volume après cuisson :
$$2(360\pi - 22{,}5\pi) \approx 2120{,}58 \text{ cm}^3.$$

45 **1.** Volume du demi-cylindre : 53,41 dm^3.
2. Volume du parallélépipède rectangle : 136 dm^3.
3. Contenance du coffre : 189 dm^3, soit 189 L.

46 • Hauteur du robot *Lui, moche et méchant* :
$h = 2 + \dfrac{226}{9\pi} \approx 9{,}99$ cm.
• Hauteur du robot *Hédiart 1er* : $6 + 2{,}5 + \dfrac{210}{30} \approx 15{,}5$ cm.
Donc *Hédiart 1er* est le robot le plus grand.

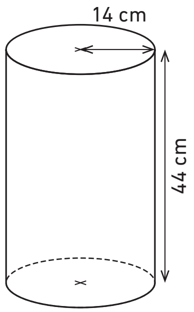
47 Volume de la casserole : 2 290 cm^3 = 2,29 L > 2L.
La casserole peut donc contenir deux briques de soupe.

Je travaille seul(e)

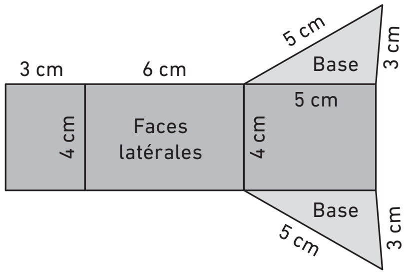
48 c. **49** c **50** a **51** b **52** b

53 Figure N° 3.

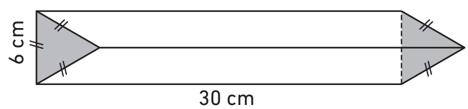
54 Patron du prisme droit à base triangulaire :



55 Patron final du prisme droit à base triangulaire :



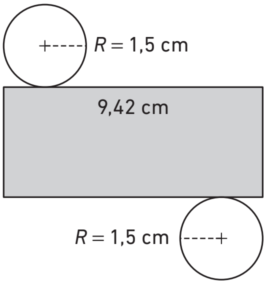
56 Perspective cavalière de l'emballage de la barre chocolatée :



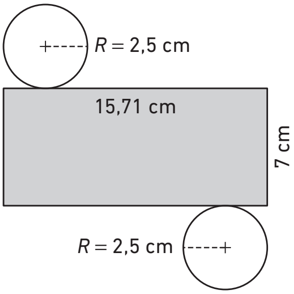
Surface du carton nécessaire pour le fabriquer : 570,6 cm^2.

57 Hauteur : 2 cm ; rayon : 1,59 cm ; périmètre de la base : 10 cm.

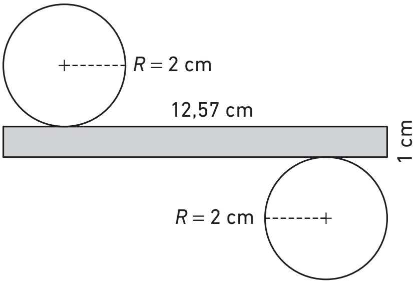
58 **1. a.** Le patron d'un cylindre de révolution est constitué d'un **rectangle** et de deux **bases**.
b. La largeur du rectangle représente la **hauteur** du cylindre de révolution.
c. La longueur du rectangle est égale au **périmètre** d'un disque de base.
d. Les deux disques ont un rayon de 1,5 cm.
e. Ici, le rectangle a donc une largeur de 4 cm et une longueur d'environ 9,42 cm.
2. Patron du cylindre :



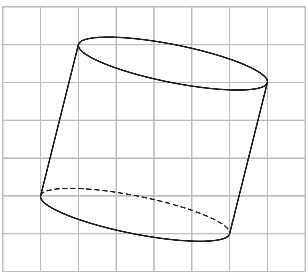
59 Patron du cylindre :



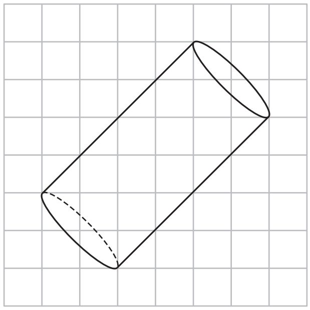
60 Patron :



61 **a.** Perspective cavalière :



b. Perspective cavalière :



62 Conversions :

Réfrigérateur : (635 L)	147 000 mL = 147 dm^3
Lave linge : (204 L)	4 450 cm^3 = 445 cL
Poële à bois : (147 L)	0,635 m^3 = 635 dm^3
Console PS4 : (4,45 L)	1 120 mL = 1120 cm^3
Bouteille jus de fruit : (1,5 L)	204 000 cm^3 = 0,204 m^3
Boite de riz : (1,12 L)	1,5 dm^3 = 1500 cm^3

63 **a.** $V = 1\,620\pi \approx 5\,089{,}38$ m^3.
b. $V = 4\,800\pi \approx 15\,079{,}64$ mm^3.

64 Volume de la boite de camembert : $108\pi \approx 339{,}3$ cm^3.

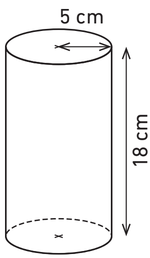
65 Modèle A : $V = 38{,}4$ m^3.
Modèle B : $V \approx 42{,}41$ m^3. Donc le modèle A (forme parallélépipède rectangle) satisfait le couple.

■ Je résous des problèmes

66 **1.** a (base : triangle rectangle) ; c (base : rectangle).
2. a et c.

67 Les deux ont raison. Un parallélépipède rectangle est un prisme droit particulier.

68 Perspective cavalière du lampion :



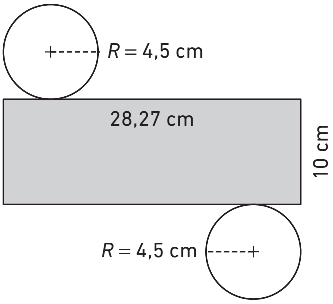
69 Intrus : 58 000 m^3 ; 90 000 m^3 ; 30 cL ; 3,4 L.

70 Surface de plastique pour emballer les trois canettes (contour sans le dessus) : 428 cm^2.

71 Volume de gravillons : 5,42 m^3.

72 Volume de la piscine rempli au 4/5^e : $V \approx 57{,}425$ m^3.
Prix du remplissage de la piscine : 240 €.

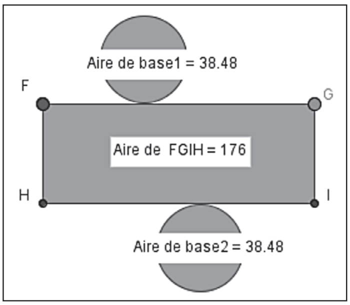
73 Patron du cylindre :

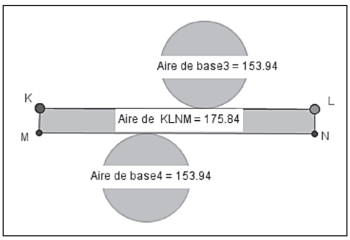


Dimensions d'une feuille A4 : 21 par 29,7 cm.
Antoine aura assez de sa feuille pour tracer le patron du cylindre.

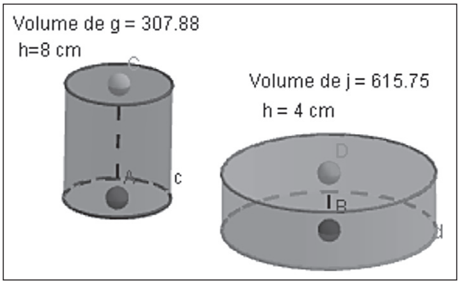
74 **1.** Le programme affiche le volume en cm^3 d'un cylindre de rayon (en cm) et de hauteur (en cm) donné par le joueur.
2. $V = 251{,}2$ cm^3.

75 **1. a.** Dimensions de la surface latérale du cylindre bleu : 8 cm par 175,9 cm.
b. Dimensions de la surface latérale du cylindre rouge : 4 cm par 43,98 cm.
2. Aire de chaque surface latérale et des bases (GeoGebra)
a. Aire totale du cylindre 1 ≈ 252,96 cm^2.
b. Aire totale du cylindre 2 ≈ 483,72 cm^2.





3. Construire les deux cylindres avec GeoGbra 3D :



4. Les deux cylindres n'ont ni la même aire, ni le même volume.

76 Volume de la maison : $V = 612$ m^3 > 420 m^3. Donc non, la capacité du poêle n'est pas suffisante.

77 **1.** Volume d'un petit-suisse : 61,24 mL.
2. Poids d'une barquette de 6 petits-suisses : 184 g.

78 **1.** Nature des deux bases du pentaprisme : pentagone.
2. a. • Nombre de côtés d'une base : **5**.
• Nombre de sommets du prisme : **10**.
• Nombre de faces du prisme : **7**.
• Nombre d'arêtes du prisme : **15**.
b. Si la base d'un prisme a n côtés, ce prisme a $2n$ sommets, $3n$ arêtes et $n + 2$ faces.

79 **1.** Dimensions de la boite de craies :
32 cm × 16 cm × 8 cm.
2. Volume de la boite : 40,96 cm^3.
Volume des 8 craies : 32 cm^3.
Donc le volume de l'espace vide est de $40{,}96 - 32 = 8{,}96$ cm^3.

Dans les autres matières

80 **1.** À la fin de l'année, Mr Ecolo paye 277,20 € au lieu de 225 €.
Il n'a donc pas tout à fait rentabilisé son installation.
2. Volume de la cuve : 0,5 m^3.
Sa collecte lui a permis de remplir 176 fois sa cuve.

81 Volume de la serre : 44,18 m^3, soit 44 180 L.

82 Longueur de l'intestin grêle d'un lapin :
$h = \dfrac{150}{\pi \cdot 0{,}4^2} \approx 298$ cm ≈ 3 m.

Jeux mathématiques

83

		1	R	E	C	T	A	N	G	L	E
		2	H	A	U	T	E	U	R		
	3	S	O	L	I	D	E				
4	S	O	M	M	E	T	S				
		5	B	A	S	E	S				
	6	P	O	I	N	T	I	L	L	E	S
	7	P	E	R	I	M	E	T	R	E	
		8	D	I	S	Q	U	E	S		
9	P	A	R	A	L	L	E	L	E	S	
10	A	R	E	T	E	S					

84 Volume du verre : 282,74 cm^3.
Volume des glaçons : 27 cm^3.

Volume d'eau des glaçons : $\dfrac{282{,}74}{24{,}3} \approx 11{,}64$.

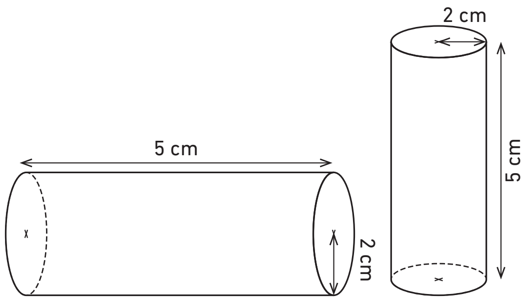
On peut donc mettre dans le verre 11 glaçons.

85 Au bout de 4 semaines, soit 672 h, la fuite a déjà couté 5,58 €.

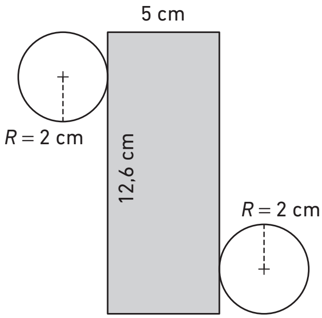
■ Devoirs à la maison

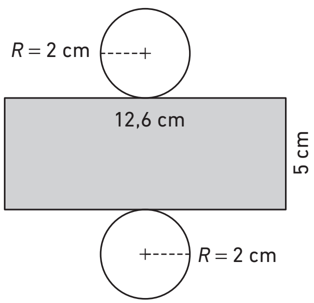
86 **1.** – Volume flacon 1 : 42 cm^3.
– Volume flacon 2 : 30,75 cm^3
– Volume du flacon 3 : 21,2 cm^3.
2. Volume d'eau de cologne : $30 + 1{,}5 = 31{,}5$ mL $= 31{,}5$ cm^3.
Donc le flacon 1 est le plus adapté.

87 **1.** Deux représentations en perspective cavalière :



2. Deux patrons :





3. Nombres de tours fait par le ruban : 318 tours.

■ Avec un logiciel

Activité 1. Visualisation dans l'espace

• Considérations didactiques et mise en pratique

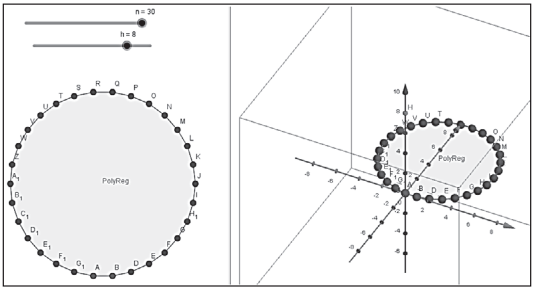
L'objectif de cette activité est avant tout de construire et de visualiser un prisme droit à l'aide d'un logiciel de géométrie.
Les élèves sont relativement bien guidés pour arriver au bout de la construction.
En créant un curseur n correspondant au nombre de côtés de la base du polygone, on peut facilement faire varier la forme du prisme.
Pour un n très grand, les élèves devront conjecturer que le volume du prisme s'apparente à un cylindre et ces deux solides sont à ce moment-là de volume égal, autrement dit :

Volume prisme = aire de la base × hauteur du prisme.

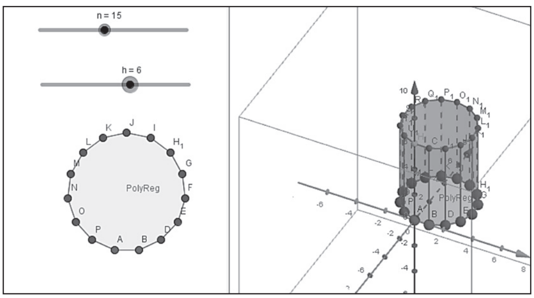
De préférence sur PC (sur tablette, la création de curseur et la visualisation des trois fenêtres étant plus fastidieuse), les élèves peuvent travailler en binôme.
GeoGebra peut se télécharger gratuitement sinon les élèves peuvent utiliser la version en ligne. En revanche, penser à bien ouvrir la fenêtre graphique 3D au lancement de l'application.
Ensuite faire apparaitre la fenêtre algèbre et graphique 2D, nécessaire pour construire la base du prime.

• Correction :

Parties A et B.



Partie C.



9. Lorsque n est très grand, le prisme peut être assimilé à un cylindre.
10. On peut conjecturer que le volume d'un prisme est égal au produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

Activité 2. Volume d'un cylindre

• Considérations didactiques et mise en pratique

Nous sommes face à un problème qui peut se poser dans le monde de l'agriculture. Le client demande une optimisation de son auge. Les mathématiques vont l'aider à faire son choix.

Les élèves doivent être capable, durant la phase de modélisation, d'écrire une formule sur une feuille de calcul, puis de l'étirer pour la recopier. Ensuite, la phase d'interprétation est une phase importante où l'élève va pouvoir répondre au client.

Les élèves peuvent travailler en autonomie par binôme et rendre une synthèse des questions à la fin de la séance. Mais l'activité peut aussi se dérouler en même temps au tableau (feuille de calcul vidéoprojetée) afin que tous les élèves progressent en même temps, échangent sur leurs manipulations, leurs raisonnements.

• Correction

2. Formule à écrire en B2 : =5*B1

3. Formule à écrire en B3 :=(3,14*B1*B1*B2)/2

4. Formule à écrire en B4 : =B3*1 000

5. La plus petite auge correspondant au besoin a un rayon de 0,4 m et une longueur de 2 m.

Activité 3. La bougie virtuelle

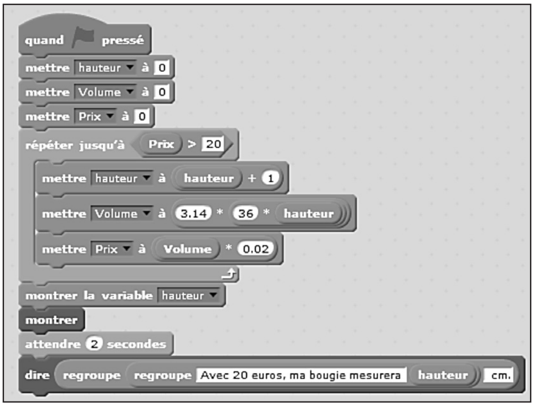
• Considérations didactiques et mise en pratique

Cette activité en lien avec la vie quotidienne, le bien-être et l'économie, se fait en deux étapes. Tout d'abord, il faut décortiquer le problème : comment calculer le volume de la bougie, d'un diamètre fixe mais d'une hauteur variable, en ayant la contrainte du cout. Puis, l'algorithme étant remis en ordre, les élèves doivent explorer l'environnement Scratch et programmer l'algorithme pour trouver la hauteur maximale de la bougie. Les notions de variable et de boucle « tant que » qui se traduit par « répéter jusqu'à » interviennent.

Une phase de restitution est importante à la fin de la question **1**, pour être sûr que tous les élèves partent avec le bon algorithme. Les questions de la partie **2** (programmation avec Scratch) sont très peu détaillées. Suivant le niveau et l'avancement de la programmation avec sa classe, la mise en œuvre de l'activité peut être différente et différenciée. Les élèves qui ont déjà manipulé Scratch peuvent par binôme se lancer dans la programmation. Les élèves un peu plus frileux devront avoir de l'aide pour trouver les étiquettes dans les menus, assembler les étiquettes, puis exécuter le programme. La solution de l'écran vidéoprojetée pour répondre à un ensemble de questions peut être une solution efficace pour amener les élèves à terminer le programme et finalement, trouver la hauteur de la bougie à fabriquer.

• Correction

1. Classification des étapes de gauche à droite : N° 3 ; 5; 4 ; 2 ; 1. **2.** Script complet à écrire avec Scratch :



■ Tâches complexes

1. En mission avec Orion

Étape 1 : Calculer le volume habitable de chaque astronaute voyageant dans l'Orion :

40 % : 20 = 8 m^3 et $\frac{8}{4} = 2$ m^3 par astronaute.

Étape 2 : Calculer la capacité d'un réservoir d'ergol du vaisseau :

volume du module de service : 42,94 m^3 , soit 42 940 L.

$\frac{6\,923}{100} \times 42\,940 = 29\,727{,}362$ L, soit pour un réservoir : 7 431,84 L.

2. Les DUDU coulent du béton

– Volume de la dalle à couler :

$V = l \times L \times h = 6 \times 230 \times 14 = 148\,120$ cm^3, soit 148,120 L.

– Vérification du poids des sacs : il doit être inférieur à la charge maximale de la voiture (479 kg).

$148{,}120 \times 2{,}5 = 370{,}3$ kg de béton.

Il faut donc :

370,3 : 30 = 12,34, soit 13 sacs.

Le poids de 13 sacs est égal à $13 \times 30 = 390$ kg.

Si le chauffeur pèse moins de 89 kg, la voiture supportera le poids du chargement.

– Vérification du volume des sacs : il doit être inférieur à 1 310 L.

Volume d'un sac : 30 : 2,5 = 12 L de béton par sac.

Mais il faut enlever le volume d'eau.

Volume d'un sac : 12 − 3,6 = 8,4 L.

Volume de 13 sacs : $13 \times 8{,}4 = 109{,}2$ L.

Le coffre de la voiture est assez grand pour transporter les 13 sacs de béton.

Tâches complexes – Problèmes de synthèse

I. Tâches complexes

1. Le parcours de santé

• Dominique arrive à la borne 8 à 17h30, 17h50, 18h10, 18h30 et 18h35 et met 10 minutes à parcourir les 2 km du tronçon commun.

• Élodie arrive à la borne 8 à 17h21 et 18h09 et met 12 minutes à parcourir les 2 km du tronçon commun.

Conclusion : elles vont donc se rencontrer puisque Élodie est sur ce tronçon entre 18h09 et 18h21 et Dominique entre 18h10 et 18h20.

2. Les commandes

– Les paquets emballés avec du papier cadeau à pois correspondent aux t-shirts pour filles.

– Les paquets emballés avec du papier cadeau avec des triangles correspondent aux t-shirts pour garçons.

– Les paquets emballés avec du papier cadeau avec des étoiles correspondent aux t-shirts pour hommes.

– Les paquets emballés avec du papier cadeau avec des rectangles correspondent aux t-shirts pour femmes.

3. La frise

• $320 + (320 - 30) + (335 - 90) + (335 - 70) + 30 = 1\,150$.
Ils ont besoin de 11,50 m de frise.

• Avec la frise autocollante, il faut acheter quatre rouleaux de 3 m à 10,95 € ce qui revient à 43,80 €.

• Avec la frise à coller, il faut acheter trois rouleaux de 5 m à 15,95 € ce qui revient à 44,85 €. Cette frise necessite l'achat d'un tube de colle.
$0{,}106 \times 11{,}5 = 1{,}219$ m^2 $<$ 2 m^2 donc il faut acheter un tube de colle à 4 €, d'où un prix de revient de 48,85 €.

Conclusion : $48{,}85 - 43{,}80 = 5{,}05$, la différence de prix entre leurs deux choix est de 5,05 €.

4. Le goûter de fin d'année

• $21 + 23 = 44$; 44 enfants participent au goûter.

• $44 \times 20 = 880$ cL $= 8{,}8$ L, $\frac{1}{2} \times 8{,}8 = 4{,}4$, $\frac{1}{3} \times 8{,}8 \approx 2{,}9$.

Il faut prévoir au moins 8,8 L de boisson, répartis à peu près en 4,5 L de jus d'orange, 3 L de jus de pommes et le reste en jus multifruits.

• $(1{,}65 \times 2 + 1{,}07) + (1{,}05 + 1{,}59) + 1{,}79 + 2{,}03 = 10{,}83$:
5 L de jus d'orange, 3 L de jus de pommes, 1 L de jus multifruits et un lot de 50 gobelets coutent 10,83 €.

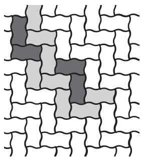
• $1{,}35 \times 4 + 2{,}29 \times 3 + 2{,}11 = 14{,}38$:
4 lots de briques de 20 cL de jus d'orange, 3 lots de jus de pommes et un lot de jus multifruits coutent 14,38 € donc il est préférable de choisir les grandes briques.

• $40 \times 44 = 1\,760$: il faut prévoir au moins 1 760 g de quatre quarts.
$2 \times 2{,}52 + 3{,}48 = 8{,}52$: deux quatre quarts de 500 g et un de 800 g coûtent 8,52 €.

• $0{,}50 \times 44 = 22$: le budget dont disposent les responsables est de 22 €.
$10{,}83 + 8{,}52 = 19{,}35$ € $<$ 22 €

Conclusion : en achetant 1,5 L de jus multifruits au lieu de 1 L, et en achetant 4 quatre quarts de 500 g, on arrive à 21,25 €.

5. Le dallage



$1 \times 2{,}9 + 2{,}3 \times 3{,}2 + 1 \times 2{,}3 = 12{,}56$.
La surface à daller fait 12,56 m^2.
On isole un motif qui se répète.
Celui-ci est constitué de quatre pavés autobloquants rouges et huit gris. Il faut donc acheter 4/12, soit 1/3 d'autobloquants rouges et 8/12, soit 2/3 d'autobloquants gris.

$$\frac{1}{3} \times 12{,}56 \approx 4{,}2 \text{ et } \frac{2}{3} \times 12{,}56 \approx 8{,}4 .$$

Conclusion : il faut donc acheter 5 m^2 d'autobloquants rouges et 9 m^2 d'autobloquants gris.
$(5 + 9) \times 11{,}30 = 158{,}20$, Lise va payer 158,20 € pour les 14 lots d'autobloquants.

6. La collecte des déchets

• $1 \times 1485 + 2 \times 1349 + 3 \times 423 + 4 \times 266 + 5 \times 44 + 6 \times 4 + 7 \times 2 = 6\,774$.
Il y a 6774 habitants dans la commune de Prévert.

• $6\,774 \times 310 = 2\,099\,940$, ces 6 774 habitants produisent 2 099 940 kg de déchets par an.
$2\,099\,940 : 365 \times 7 \approx 40\,300$, 2 099 940 kg de déchets par an, soit environ 40 300 kg ou 40,3 tonnes par semaine.

• $\frac{37}{100} \times 40{,}3 = 14{,}911 < 13 + 3$ et
$40{,}3 - 14{,}911 = 25{,}389 < 2 \times (13 + 3)$

• $\frac{50}{100} \times 40{,}3 = 20{,}15 > 13 + 3$

Conclusion : Si 37 % de ces déchets vont au tri sélectif, la collecte n'a pas besoin d'être réorganisée.

Si 50 % des déchets de la commune vont au tri sélectif, la collecte doit être réorganisée car la capacité de collecte des déchets recyclables est insuffisante.

7. Le potager

• $5 \times 3 + 4 \times 0{,}5 = 17$, le tuyau goutte à goutte a une longueur de 17 m.

$17 : 0{,}3 \approx 56{,}6$, il y a donc 57 goutteurs.

Chaque goutteur utilise 1 L par arrosage d'une demi-heure donc il faut 57 L par arrosage.

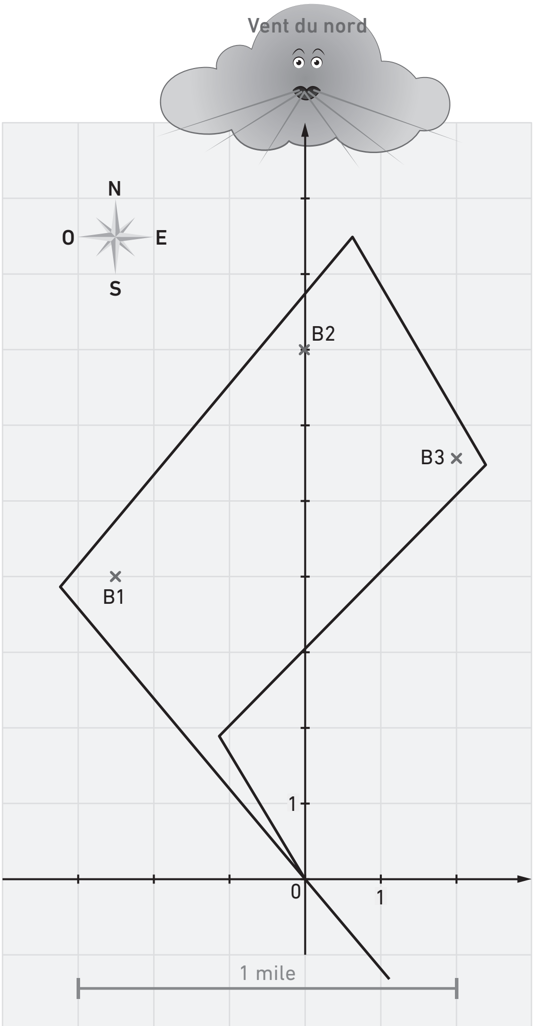
• Du 7 juillet au 28 juillet, 8 arrosages ont été programmés.

$8 \times 57 = 456$, il faut 456 L d'eau pour arroser le potager pendant l'absence de Géraldine.

• $1 \times 0{,}8 \times 0{,}6 = 0{,}48$.

Conclusion : le récupérateur d'eau contient 0,48 m^3 d'eau, soit 480 L donc suffisamment pour assurer les huit arrosages.

8. Le parcours nautique



• $\frac{10}{60} \times 6 = 1$, le cap 320° est maintenu pendant 10 minutes sur 1 mile.

• $\frac{12}{60} \times 6 = 1{,}2$, le cap 40° est maintenu pendant 12 minutes sur 1,2 mile.

• $\frac{6}{60} \times 7 = 0{,}7$, le cap 150° est maintenu pendant 6 minutes sur 0,7 mile.

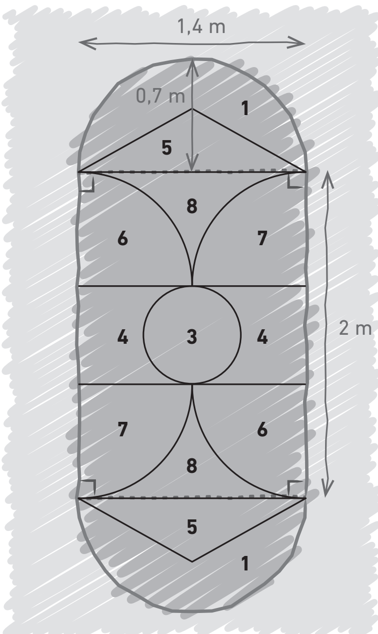
• $\frac{7{,}5}{60} \times 8 = 1$, le cap 225° est maintenu pendant 7,5 minutes sur 1 mile.

• Le cap 150° est maintenu jusqu'à franchir la ligne d'arrivée.

9. Le massif de fleurs

Les fleurs choisies doivent être semées en mars, fleurir au moins de mi-juin à mi-septembre et être adaptées à une exposition plein soleil. Le jardiner peut composer le parterre avec les fleurs suivantes :

Nom	Couleur	Hauteur
Corbeille d'argent 1	Blanc	20 cm
Cosmos nain 2	Rouge	50 cm
Cosmos picotée 3	Rose vif	1 m
Cosmos Sulphureus 4	Orange	70 cm
Eschscholtzia 5	Orange	35 cm
Lin de Venise 6	Rouge	40 cm
Sauge bleue 7	Bleu	60 cm
Souci 8	Jaune	50 cm



10. Les bougies

En faisant des tracés (en vraie grandeur par exemple), on peut vérifier que les trois formats de boites ont été bien choisies par Claude.

• $5 \times 130 + 50 = 700$: une boite de 5 bougies pèse 700 g, son envoi revient à 6,90 € ;

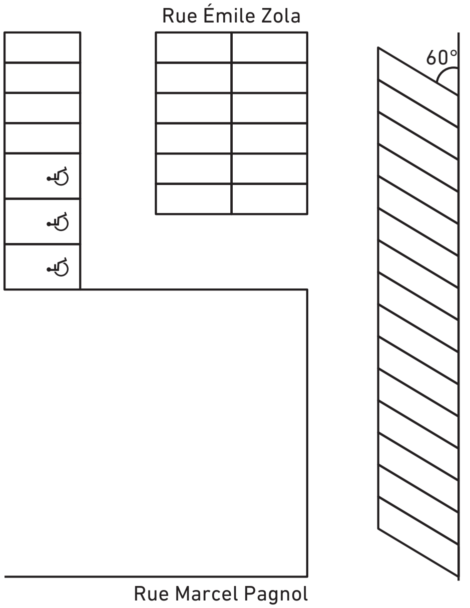
• $10 \times 130 + 60 = 1\,360$: une boite de 10 bougies pèse 1 360 g, son envoi revient à 8,50 € ;

$20 \times 130 + 98 = 2698$: une boite de 20 bougies pèse 2 698 g, son envoi revient à 12,50 €.

11. L'aménagement d'un parking

$\frac{2}{100} \times 130 = 2{,}6$, il faut prévoir trois places pour les personnes à mobilité réduite sur les 130 places.

Voici une proposition d'aménagement avec 34 places de stationnement :



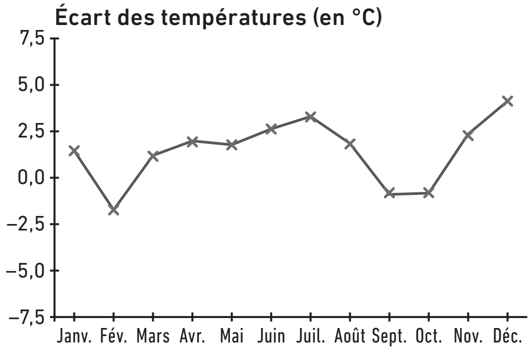
II. Problèmes de synthèse

Problème 1. Les écarts aux normales saisonnières

Chapitres utilisés : 3 et 6

Températures moy. en °C	Janv.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin
Ecarts aux normales	1,4	– 1,7	1,3	2,1	1,9	2,8

Températures moy. en °C	Juill.	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Ecarts aux normales	3,4	2	– 0,7	– 1,4	2,5	4,3



Problème 2. Les aiguilles d'une montre

Chapitres utilisés : 5 et 7

1. a. La grande aiguille fait le tour du cadran en une heure.

b. $360 : 60 = 6$, à chaque minute, la grande aiguille tourne de 6°.

2. a. La petite aiguille fait le tour du cadran en 12 h.

b. $360 : 12 = 30$ et $30 : 60 = 0{,}5$, la petite aiguille tourne de 30° à chaque heure et de 0,5° à chaque minute.

3. a. $6 \times 28 = 168$, à 14h28, la grande aiguille a tourné de 168° par rapport à la position 0 min.

$30 \times 2 + 0{,}5 \times 28 = 74$, à 14h28, la petite aiguille a tourné de 74° par rapport à la position 0 h.

$168 - 74 = 94$, la mesure de l'angle formé par les deux aiguilles est de 94°.

b. Les aiguilles ne prennent jamais cette position car pour la grande aiguille la position correspond à 58 min et pour la petite aiguille la position correspond à 8h28 min ou 20h28 min.

Problème 3. L'étang

Chapitres utilisés : 8 et 10

1. Si on note x l'angle d'observation depuis la cabane « Les aigrettes », on a : $x + 2x + 75 = 180$ d'où $x = 35$.

L'angle d'observation depuis la cabane « Les aigrettes » est de 35° et celui depuis la cabane « Les flamants roses » est de 70°.

2. En quadrillant le plan par exemple, on évalue l'aire de l'étang à environ 35 hectares.

Problème 4. Le sondage

Chapitres utilisés : 2, 5 et 6

1. $3 + 52 + 179 + 176 + 164 + 129 + 5 = 708$, l'effectif du collège est de 708 élèves.

$\frac{10}{100} \times 708 = 70{,}8$. On choisit un échantillon de 71 élèves.

2. Cet échantillon sera composé :

– de 5 élèves de 11 ans,

– de 18 élèves de 12 ans,

– de 18 élèves de 13 ans,

– de 16 élèves de 14 ans,

– de 13 élèves de 15 ans,

– et d'un élève de 16 ans.

3. $\frac{56}{71} \approx 0{,}79 > \frac{3}{4}$. On peut dire que plus de 3 élèves sur 4 estiment que l'aménagement de la cour est prioritaire.

Problème 5. Le verre de grenadine

Chapitres utilisés : 2, 5 et 11

1. a. Dans le verre, il y a $\frac{1}{8}$ de sirop et $\frac{7}{8}$ d'eau.

b. $\frac{1}{8} \times 30 = 3{,}75$ et $\frac{7}{8} \times 30 = 26{,}25$, dans le verre, il y a 3,75 cL d'eau et 26,25 cL de sirop.

2. 30 cL = 0,3 L = 300 cm³.

$$\text{hauteur} = \frac{\text{volume}}{\text{aire de la base}} = \frac{300}{3^2 \times \pi} \approx 10{,}6$$

La hauteur de grenadine est approximativement de 10,6 cm.

3. $2 \times (2^3) = 16$, les deux glaçons occupent un volume de 16 cm³.

$\frac{90}{100} \times 16 = 14{,}4$,

14,4 cm³ du volume des glaçons est immergé.

$$\text{hauteur} = \frac{\text{volume}}{\text{aire de la base}} = \frac{14{,}4}{3^2 \times \pi} \approx 0{,}5.$$

La hauteur augmente d'environ 0,5 cm, on obtient une hauteur totale d'environ 11,1 cm.

4. La quantité d'eau augmente de 14,4 cm³, soit 1,44 cL.

$\frac{3{,}75}{30 + 1{,}44} \approx 0{,}12$ et $\frac{26{,}25 + 1{,}44}{30 + 1{,}44} \approx 0{,}88$.

Il y a environ 12 % de sirop et 88 % d'eau.

Problème 6. Les pays organisateurs de J.O. d'été

Chapitre utilisé : 6

1. a. Les pays ont organisé les J.O. d'été entre 0 et 4 fois.

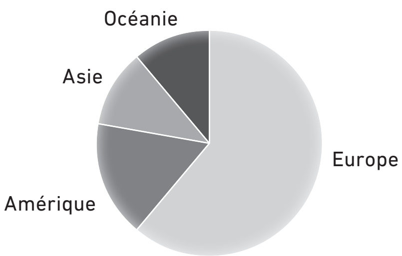
Nombre d'organisations	0	1	2	3	4	Total
Effectif	179	12	4	1	1	197

b. $\frac{18}{197} \approx 0{,}09$ soit environ 9 % des pays.

2. a. et **b.**

Continent	Europe	Amérique	Asie	Océanie	Afrique	Total
Effectif	11	3	2	2	0	18
Fréquence	≈ 0,61	≈ 0,17	≈ 0,11	≈ 0,11	0	1
Angle	220°	60°	40°	40°	0°	360°

c.



Problème 7. La chasse au trésor

Chapitres utilisés : 2, 7 et 9

1. a. Vérifier le tracé avec les coordonnées données au **1.b.**

b. E_1 (–4 ; 4) F_1 (–2 ; –2) A_1 (6 ; –6) T_1 (4 ; –1)

2. a. Vérifier le tracé avec les coordonnées données au **2.b.**

b. E_2 (–6 ; 6) F_2 (0 ; –4) A_2 (4 ; –4) T_2 (4 ; –1)

3. On constate que les points T_1 et T_2 sont confondus.

• C est le milieu de $[D_1 E_1]$ et de $[D_2 E_2]$, donc $E_1E_2D_1D_2$ est un parallélogramme et $(E_1E_2) // (D_1D_2)$ et $E_1E_2 = D_1D_2$.

• S est le milieu de $[F_1 E_1]$ et de $[F_2 E_2]$, donc $E_1E_2F_1F_2$ est un parallélogramme et $(E_1E_2) // (F_1F_2)$ et $E_1E_2 = F_1F_2$.

• R est le milieu de $[F_1 A_1]$ et de $[F_2 A_2]$, donc $A_1A_2F_1F_2$ est un parallélogramme et donc $(A_1A_2) // (F_1F_2)$ et $A_1A_2 = F_1F_2$.

Finalement $(A_1A_2) // (D_1D_2)$ et $A_1A_2 = D_1D_2$, donc $A_1A_2D_1D_2$ est un parallélogramme et $[D_1 A_1]$ et $[D_2 A_2]$ ont le même milieu.

Problème 8. Hasard et QCM

Chapitres utilisés : 1, 3, et 6

1. Mathis a une chance sur trois de répondre juste.

2. a. $10 \times 0{,}5 = 5$ et $10 \times (-0{,}25) = -2{,}5$, cet exercice peut rapporter 5 points maximum et en faire perdre 2,5 au maximum.

b. David peut obtenir 5 points (10 réponses correctes) ; 4,25 points (9 réponses correctes et 1 fausse) ou 3,5 points (8 réponses correctes et 2 fausses).

Nina va obtenir 3,5 points.

3. Il faut avoir au minimum 4 réponses justes :

$(4 \times 0{,}5 + 6 \times (-0{,}25) = 0{,}5$ mais $3 \times 0{,}5 + 7 \times (-0{,}25) = -0{,}25$.

4. a. On a vu que David a 5 ; 4,25 ou 3,5 points donc Mathis peut avoir respectivement 0,5 ; –0,25 ou –1 point.

Comme David et Mathis ont, à eux deux, 2,5 points (car Nina en a 3,5), on conclut que David a eu 3,5 points et Mathis –1.

b. $2 \times 0{,}5 + 8 \times (-0{,}25) = -1$, Mathis a répondu juste à deux questions.

Problème 9. La voile

Chapitres utilisés : 5 et 10

$$510 \times 190 - \frac{95 \times 340}{2} - \frac{170 \times 142{,}5}{2} - \frac{47{,}5 \times 510}{2} - 47{,}5 \times 510 = 32\,300$$

L'aire de la voile est de 3,23 m².

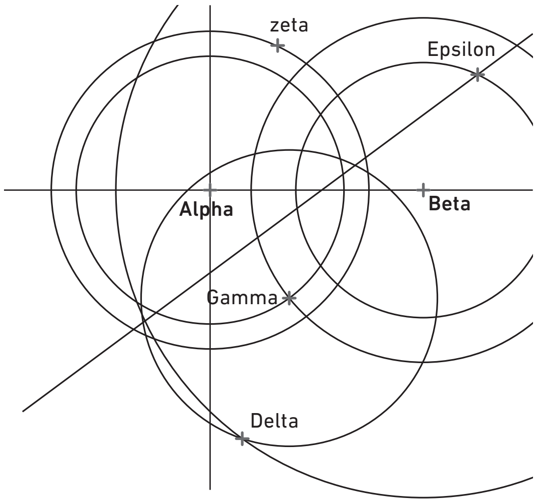
$\frac{155{,}48}{9{,}2} \times 3{,}23 = 54{,}587$. Le prix de la voile serait de 54,59 €, arrondi au centime d'euros.

Problème 10. Les alentours d'Alpha

Chapitres utilisés : 5 et 8

Distance réelle (km)	2	18	11,2	14,5	26	12,3
Distance sur plan (cm)	1	9	5,6	7,25	13	6,15

Distance réelle (km)	10,8	12	13,3	7	10
Distance sur plan (cm)	5,4	6	6,65	3,5	5



Problème 11. Les fleurs de Fiona

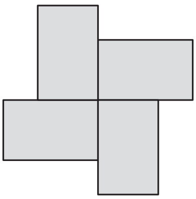
Chapitres utilisés : 2, 7, 9 et le livret Algorithmique

1. a. $180 - 40 = 140$, la mesure du premier angle du parallélogramme est 140°.

b.

2. a. $360 : 5 = 72$ et $180 - 72 = 108$, les angles des parallélogrammes de la fleur verte mesurent 72° et 108°.
$360 : 12 = 30$ et $180 - 30 = 150$, les angles des parallélogrammes de la fleur violette mesurent 30° et 150°.

b. $360 : 4 = 90$, un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.



c. Les fleurs qui ont un nombre pair de pétales ont un centre de symétrie, celles qui ont un nombre impair de pétales n'en ont pas.

Problème 12. Le logo

Chapitres utilisés : 4 et 10

$360 \times 3 - 180 = 900$, la somme des angles des trois arcs de cercle est de 900°.

$$\text{Périmètre} = \frac{900}{360} \times 2 \times \pi \times r + (3{,}5 \times r - 2 \times r) + (4{,}5 \times r - 2 \times r) + (5 \times r - 2 \times r) = 5\pi r + 7r$$

Si $r = 1$ mm, alors le périmètre est égal à $5\pi + 7 \approx 22{,}7$ mm.
Si $r = 4$ mm, alors le périmètre est égal à $20\pi + 28 \approx 90{,}8$ mm.
Si $r = 1{,}5$ cm, alors le périmètre est égal à :

$$7{,}5\pi + 10{,}5 \approx 34{,}06 \text{ cm.}$$

Problème 13. L'escalier

Chapitres utilisés : 2 et 4

1. a. Il faut considérer 11 hauteurs de marche et 10 girons.

b. $2{,}52 : 11 \approx 0{,}229$ m, soit 22,9 cm $>$ 21 cm.
$3 : 10 = 0{,}3$ m soit 30 cm, compris entre 21 et 32 cm.
L'escalier ne respecte pas la recommandation sur la hauteur des marches.

2. On peut lui conseiller de choisir entre 12 et 14 marches.
En effet :
– pour 12 marches, hauteur $= 252 : 12 = 21$ cm et giron $= 300 : 11 \approx 27{,}3$ cm ;
– pour 13 marches, hauteur $= 252 : 13 \approx 19{,}4$ cm et giron $= 300 : 12 = 25$ cm ;
– pour 14 marches, hauteur $= 252 : 14 \approx 18$ cm et giron $= 300 : 13 \approx 23{,}1$ cm ;
– pour 15 marches, hauteur $= 252 : 15 = 16{,}8$ cm $<$ 17 cm.

3. a. Pour 12 marches, Giron $= \frac{4}{3} \times 21 = 28$ cm.

Pour 13 marches, Giron $= \frac{4}{3} \times 19{,}4 \approx 25{,}9$ cm.

Pour 14 marches, Giron $= \frac{4}{3} \times 18 = 24$ cm.

b. Dans les trois cas de figures, les girons conviennent à la configuration des lieux.
En effet :
– pour 12 marches donc 11 girons, le reculement est de : 308 cm ($11 \times 28 = 308$) ;
– pour 13 marches donc 12 girons, le reculement est de : 310,8 cm ($12 \times 25{,}9 = 310{,}8$) ;
– pour 14 marches donc 13 girons, le reculement est de : 312 cm ($13 \times 24 = 312$).

4. Finalement, on peut lui conseiller de choisir 14 marches car :
– pour 12 marches, $28 + 2 \times 21 = 70 > 64$;
– pour 13 marches, $25{,}9 + 2 \times 19{,}4 = 64{,}7 > 64$;
– pour 14 marches, $24 + 2 \times 18 = 60$.

Problème 14. Les biscuits de Juliette

Chapitres utilisés : 2, 5, 10 et 11

1. La hauteur choisie pour les étiquettes convient à la hauteur des boites. En revanche, leur longueur est plus grande que la circonférence des boites.
En effet, $2 \times \pi \times 4 = 8\pi \approx 25{,}1$ cm $<$ 27,5 cm.

2. $8\pi \times 15 = 120\pi \approx 377$, l'aire latérale de la boite est d'environ 377 cm^2.

$\frac{1}{3} \times 120\pi = 40\pi \approx 126$, le tiers de cette aire est environ 126 cm^2.

On détermine, par tests successifs par exemple, que les dimensions 7,1 cm et 17,75 cm conviennent (aire étiquette $= 7{,}1 \times 17{,}75 = 126{,}025$ cm^2 et la longueur de l'étiquette est égale à 2,5 fois sa hauteur).

Problème 15. Le meilleur itinéraire

Chapitres utilisés : 5 et 6

1. a. Trajet de Pierre

Moyenne 1 $= \frac{18 + 19 + 13 + 14 + 18}{5} = \frac{82}{5} = 16{,}4$ min,

soit 16 min et 24 s.
Médiane 1 = 18 min (car $13 < 14 < 18 < 18 < 19$).

Trajet de Julien

Moyenne 2 $= \dfrac{32+13+10+30+11}{5} = \dfrac{96}{5} = 19{,}2$ min,

soit 19 min et 12 s.
Médiane 2 = 13 min (car $10 < 11 < 13 < 30 < 32$)

b. En moyenne, le trajet de Pierre est le plus rapide (si les temps de trajet de la semaine avaient la même durée tous les jours ce serait environ 16 min pour le trajet de Pierre contre 19 min pour celui de Julien).
En revanche, la moitié des temps de trajet de Julien sont inférieurs à 13 min alors que la moitié des temps de trajet de Pierre sont inférieurs à 18 min.

2. Vitesse trajet Pierre $= \dfrac{14}{\dfrac{16{,}4}{60}} \approx 51{,}2$ km/h

Vitesse trajet Julien $= \dfrac{7{,}5}{\dfrac{19{,}2}{60}} \approx 23{,}4$ km/h

Problème 16. L'aire du terrain

Chapitres utilisés : 3 et 10

Après avoir calculé les dimensions du terrain, on peut par exemple calculer l'aire de la façon suivante :
$27{,}8 \times 28{,}4 - 9{,}6 \times 21 = 587{,}92$.
L'aire du terrain est de 587,92 m^2.

Problème 17. Le tournoi de football

Chapitres utilisés : 4 et 6

1. a. 9 matchs se terminant par une égalité des scores sont comptabilisés dans le tableau.
Comme il y a eu 5 matchs nuls, il faut indiquer un match nul pour l'équipe Orange.

b. 20 victoires et 20 défaites sont comptabilisées dans le tableau.
Il y a 23 matchs ne se terminant pas par une égalité des scores (28 matchs joués dont 5 matchs nuls) donc l'équipe Orange a gagné 3 matchs et en a perdu 3.

2. a. On peut vérifier pour toutes les équipes que le résultat du calcul « $2 \times$ Nb de victoires + Nb de matchs nuls » donne le nombre de points.

b. $2 \times 3 + 1 = 7$, l'équipe Orange obtient 7 points.

c. Le classement est le suivant :
1. Équipe Lavande
2. Équipe Prune
3. Équipe Cerise
4. Équipes Olive et Orange
5. Équipes Tomate et Noisette
6. Équipe Citron

3. Avec le deuxième système d'attribution des points, on obtient pour chaque équipe :

Équipe Olive : $3 \times 2 + 3 = 9$ points
Équipe Cerise : $3 \times 4 + 0 = 12$ points
Équipe Noisette : $3 \times 3 + 0 = 9$ points
Équipe Citron : $3 \times 1 + 1 = 4$ points
Équipe Prune : $3 \times 4 + 1 = 13$ points
Équipe Lavande : $3 \times 4 + 2 = 14$ points
Équipe Tomate : $3 \times 2 + 2 = 8$ points
Équipe Orange : $3 \times 3 + 1 = 10$ points

Et le classement devient le suivant :
1. Équipe Lavande
2. Équipe Prune
3. Équipe Cerise
4. Équipe Orange
5. Équipes Olive et Noisette
6. Équipe Tomate
7. Équipe Citron

4. a. Nombre moyen de buts marqués par équipe

$$= \frac{3+6+5+3+7+9+4+7}{8} = \frac{44}{8} = 5{,}5 \text{ buts.}$$

b. Nombre moyen de buts marqués par match

$$= \frac{3+6+5+3+7+9+4+7}{28} = \frac{44}{28} \approx 1{,}6 \text{ buts.}$$

Problème 18. Les soldes

Chapitres utilisés : 5 et 6

1. a. À faire à l'aide d'un tableur.

b. Formule écrite en **B2** : « =0,20*A2 »

c. Formule écrite en **C2** : « =A2-B2 »

d. On lit 15,6 € dans le tableur.

2. a. On a 1 chance sur 8 d'obtenir 40 % de réduction supplémentaire.

b. On a 5 chances sur 8 d'obtenir une réduction supplémentaire.

c. Benjamin a 3 chances sur 8 de repartir avec le pull convoité.
En effet :
– avec 10 % de remise supplémentaire (2 chances sur 8),
prix du pull $= 15{,}6 - \dfrac{10}{100} \times 15{,}6 = 14{,}04$ € $>$ 12 € ;
– avec 25 % de remise supplémentaire (2 chances sur 8),
prix du pull $= 15{,}6 - \dfrac{25}{100} \times 15{,}6 = 11{,}70$ € $<$ 12 € ;
– avec 40 % de remise supplémentaire (1 chance sur 8),
prix du pull $= 15{,}6 - \dfrac{40}{100} \times 15{,}6 = 9{,}36$ € $<$ 12 €.

Problème 19. La clepsydre et le sablier

Chapitre utilisé : 5

1. L'expérience 2 a été réalisée avec le sablier car la vitesse d'écoulement est constante ; à intervalles de temps réguliers, la quantité récupérée augmente de la même quantité. Ce n'est pas le cas de l'expérience 1, réalisée avec la clepsydre. À intervalles de temps réguliers, la quantité récupérée augmente de moins en moins.

2. a. L'expérience 2 fait apparaitre la proportionnalité entre le temps écoulé et la quantité de sable récupérée.

b. Coefficient de proportionnalité $= \dfrac{65}{30} = \dfrac{13}{6}$

Il signifie qu'en 1 s la quantité de sable récupéré est $\dfrac{13}{6}$ mL.

c. Le sablier est plus pratique pour faire des mesures de durée. On peut étalonner plus facilement un sablier et réaliser différentes mesures de durée puisque le temps écoulé est proportionnel au volume de sable récupéré (et à la hauteur de sable récupéré si le récipient est cylindrique comme dans l'expérience).

N° projet : 10219474 - Dépôt légal : août 2016 - Imprimé en France par Laballery